

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Степанов Павел Иванович
Должность: Руководитель НИО НИЯУ МИФИ
Дата подписания: 27.02.2026 09:49:59
Уникальный программный ключ:
8c65c591e26b2d8e460927740cf752622aa3b295

**НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
НИЯУ МИФИ**

Кафедра общенаучных дисциплин

Фонд оценочных средств

по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

**Учебно – методическое пособие
для всех специальностей всех форм обучения**

Новоуральск 2025

УДК 519.0– 66
ББК 22.171

МиМ – 2.3. – _____ –25

Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
Учебно – методическое пособие для всех специальностей всех форм обучения.
Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ. – 16 с.

Пособие составлено ст. преподавателем кафедры общенаучных дисциплин
НТИ НИЯУ МИФИ Орловым Юрием Владимировичем.

Пособие содержит вопросы к экзамену по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика» и по два варианта
контрольного задания по темам «Вероятность событий», «Случайные
величины», «Математическая статистика» и «Корреляция». Задания
предназначены для проведения домашних или аудиторной контрольной работы
и подготовки к экзамену по данному курсу. Пособие содержит также и
домашнее задание на весь семестр для ускоренной формы обучения.

Пособие обсуждено на заседании кафедры общенаучных дисциплин
НТИ НИЯУ МИФИ и рекомендовано к использованию в учебном процессе
всех специальностей всех форм обучения.

“ _____ ” _____ 20 ____ г.

Зав. кафедрой ОНД, к.ф.м.н. _____ Н.А. Носырев

Содержание:

№	Содержание	Стр.
1	Вопросы экзамена по курсу	4
2	Контрольная работа по теме «Вероятность случайных событий»	7
3	Контрольная работа по теме «Случайные величины».....	8
4	Контрольная работа по теме «Обработка статистических данных»	9
5	Контрольная работа по теме «Корреляция»	10
6	Контрольная работа по теме «Корреляционная таблица»	11
7	Контрольная ускоренного курса.....	12

Вопросы экзамена

«Теория вероятностей и математическая статистика»

- 1) Понятие испытания и случайного события. Основные виды испытаний и событий. Действия над событиями: равенство, сумма, произведение, противоположное событие (определения и диаграммы), их основные свойства.
- 2) Частота и относительная частота события, статистическое определение вероятности события. Понятие исходов испытания, классическое определение вероятности события. Отличие статистического и классического определений вероятности. Аксиомы вероятности.
- 3) Элементы комбинаторики: определения и способы вычисления чисел перестановок, размещений, сочетаний и их основные свойства. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
- 4) Выведение вероятности суммы совместных и несовместных событий. Формула включения-исключения.
- 5) Определения зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности. Формула вероятности произведения событий. Примеры зависимых и независимых событий, вероятности их произведения.
- 6) Определение гипотез, выведение формулы полной вероятности и правило её применения. Выведение формулы Байеса и правило её применения.
- 7) Описание схемы Бернулли повторения испытаний. Выведение формулы Бернулли, правило её применения. Наивероятнейшее число появлений события.
- 8) Геометрическая вероятность, условия её применения. Формулировка и решение задачи о встрече.
- 9) Определение случайной величины, отличие дискретных случайных величин (ДСВ) от непрерывных случайных величин (НСВ), их примеры. Закон распределения ДСВ, способы вычисления и основные свойства математического ожидания ДСВ.
- 10) Определение математического ожидания ДСВ, его основные свойства.
- 11) Определение дисперсии $D(X)$ и среднеквадратичного отклонения $\sigma(X)$, их основные свойства и правила вычисления для ДСВ.
- 12) Биномиальное распределение. Выведение $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для биномиального распределения.
- 13) Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
- 14) Определение и основные свойства функции распределения $F(x)$.

- 15) Определение и основные свойства плотности распределения $f(x)$ для непрерывных случайных величин (НСВ).
- 16) Правила вычисления $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для НСВ и их основные свойства.
- 17) Равномерное распределение: параметры плотности распределения, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для него, вероятность попадания в указанный промежуток.
- 18) Показательное распределение: параметры его плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$. Функция надёжности. Вероятность попадания в указанный промежуток.
- 19) Распределения Пуассона: параметры плотности распределения, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для него, вероятность попадания в указанный промежуток.
- 20) Нормальное распределение: нормированная и ненормированная плотность распределения, использование таблиц для вычисления их значений. Влияние параметров нормального распределения на вид нормальной кривой.
- 21) Функция $F(x)$ нормального распределения, функция $\Phi(x)$ и правило пользования её таблицей. Вероятность попадания в указанный промежуток, правило «трёх сигма». Нахождение вероятности отклонения. Центральная предельная теорема.
- 22) Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Связь нормального, биномиального распределений и распределения Пуассона.
- 23) Двумерные случайные величины, их закон распределения, условные распределения и условные математические ожидания (при дискретном задании X и Y). Понятия коэффициентов ковариации и корреляции, их основные свойства.
- 24) Цели и задачи математической статистики. Выборочный метод: понятие выборки, её объёма, различные способы отбора её элементов из генеральной совокупности, репрезентативность выборки.
- 25) Графическое представление выборки: полигон, гистограмма, выборочные плотность и функция распределения, различные диаграммы.
- 26) Нахождение числовых характеристик выборки: среднего выборочного $\bar{x}$, выборочной дисперсии D_e , S , моды и медианы (общие и сгруппированные).
- 27) Использование «ложного нуля» и свойств для упрощения вычислений выборочных среднего и дисперсии.
- 28) Виды статистических оценок: несмещённые, эффективные и состоятельные оценки (на примере $M(x)$ и $D(x)$). Понятие доверительных интервалов. Доверительные интервалы для $M(X)$ и $\sigma(x)$.
- 29) Выдвижение гипотезы о виде распределения. Нахождение параметров равномерного, показательного, Пуассона и нормального распределений по выборочным данным.
- 30) Построение нормальной кривой по выборочным данным.

- 31) Распределение Хи-квадрат, виды его таблиц. Применение критериев согласия Пирсона, Романовского и Колмогорова.
- 32) Общий план обработки статистических данных.
- 33) Зависимость и независимость случайных величин, стохастическая и функциональная составляющие зависимости. Корреляционная зависимость. Правило составления корреляционной таблицы по выборочным данным.
- 34) Правила нахождения средних $\bar{x}$, $\bar{y}$ (центра корреляции), условных средних и правило построения эмпирической линии регрессии по корреляционной таблице.
- 35) Правила вычисления дисперсий, коэффициентов ковариации, корреляции и детерминации по корреляционной таблице. Анализ полученных коэффициентов. Построение графика линейной регрессии.
- 36) Общий план выявления линейной зависимости по корреляционной таблице.
- 37) Постановка задачи и применение метода наименьших квадратов, нахождение параметров кривой $Y(x)$ (общий случай). Правило нахождения параметров линейной регрессии по выборочным данным с помощью метода наименьших квадратов, его связь с результатами корреляционного анализа.
- 38) Корреляционная таблица, нахождение по ней как эмпирических, так и теоретических линий регрессии и коэффициента корреляции.

2 Контрольная работа по теме «Вероятность случайных событий»

Вариант №1

1.1.1 Три подруги, живущие в одной комнате общежития, моют посуду в соотношении 60% первая, 30% и 10% случаев соответственно вторая и третья. Первая из них разбивает тарелку в 1% случаев, а вторая и третья в двух и четырёх процентах случаев соответственно. Как-то вечером сквозь шум воды соседи услышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что её мыла третья из подруг?

1.1.2 Студент может ответить на 25 вопросов из 35 возможных. Преподаватель задаёт три вопроса со случайными номерами. Насколько вероятно студенту ответить хотя бы на один из этих вопросов?

1.1.3 На каждой из семи карточек написаны по одной буквы И,А,А,Ф,Н,Л,О. Определить вероятность того, что карточки, по одной выложенные ребёнком, дадут слово «ФИНАЛ».

1.1.4 В коробке лежат шары с цифрами от 1 до 9 (по одной). После записи номера наудачу взятого шара, его возвращают обратно. Определить вероятность получения только двух четных чисел после пяти попыток.

Вариант №2

1.2.1 Вероятность перегрузки в электросети каждый день составляет 25%. Определить вероятность того, что за 7 дней будет не более двух с перегрузками.

1.2.2 В магазине имеются одинаковые велосипеды общей стоимостью 2000 у.е., но среди них 8 не полностью укомплектованы. Определить вероятность того, что из семи купленных велосипедов будет два не укомплектованных, при условии, что каждый стоит 80 у.е. .

1.2.3 Брошено 3 игральные кости и считается сумма очков на них. Какая из сумм более вероятна: 5 или 16?

1.2.4 Из тридцати экзаменационных билетов 6 лёгких. Какова вероятность того, что студент, выбирая наудачу три билета без возвращения их обратно, возьмёт среди них хотя бы один лёгкий билет?

3 Контрольная работа по теме «Случайные величины»

№2 Составить закон распределения случайной величины X , построить её полигон распределения и функцию распределения, вычислить математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение, если

2.1) Вариант №1 X – число выпавших решек при бросках пяти монет одновременно.

2.2) Вариант №2 X – число опечаток на двух страницах при условии, что на 20 страниц приходится в среднем 10 опечаток.

№3 Даны распределения двух независимых случайных величин X и Y .

Найти параметры a и b , $M(X)$, $\sigma(X)$, $M(Y)$, $\sigma(Y)$,

распределение случайной величины $Z=X+Y$ и найти $M(Z)$, $\sigma(Z)$.

3.1) Вариант №1

X	1	2	4
p	0,2	a	0,4

Y	2	3	4
p	b	0,2	0,5

3.2) Вариант №2

X	3	4	5
p	0,1	0,3	a

Y	1	2	4
p	b	0,4	0,3

№4 Дана плотность распределения $f(x)$ непрерывной случайной величины X . Найти параметр a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, среднеквадратичное отклонение $\sigma(X)$, вероятность попадания X в промежуток от x_1 до x_2 если

4.1) Вариант №1
$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (x^2 - 2x) & \text{при } x \in [0; 2] \\ 0 & \text{при } x \notin [0; 2] \end{cases} \quad x_1 = -3 \quad x_2 = 0,75.$$

4.2) Вариант №2
$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (x^2 - 6x) & \text{при } x \in [0; 6] \\ 0 & \text{при } x \notin [0; 6] \end{cases} \quad x_1 = 1 \quad x_2 = 8.$$

№5 Производится серия n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность события A равна p . Найти вероятность того, что число появлений события A

а) ровно k_1 раз; б) не более k_2 раз; в) от k_1 до k_2 раз включительно.

5.1) Вариант №1 $n=100$, $p=0.6$, $k_1=40$, $k_2=72$.

5.2) Вариант №2 $n=200$, $p=0.5$, $k_1=40$, $k_2=102$.

4 Контрольная работа по теме «Обработка статистических данных»

№6 В результате пятидесяти измерений случайной величины X при одинаковых условиях получены данные, записанные в таблице.

На основании выборочных данных **требуется:**

- а) Разбить полученные значения на шесть равных промежутков, составив статистическое распределение выборки;
- б) Построить гистограмму частот и график выборочной плотности;
- в) Найти $\bar{x}$, D_B , S ;
- г) Предполагая *нормальное* распределение случайной величины X , записать теоретическую плотность распределения $f(x)$, построить её график вместе с графиком выборочной плотности.
- д) Оценить согласованность нормального распределения с выборочными данными, используя критерий Пирсона или Романовского.
- е) Найти доверительные интервалы для $M(X)$ и $\sigma(X)$;
- ж) Предполагая *равномерное* распределение X , найти его параметры и плотность распределения $f(x)$, оценить его согласованность с выборочными данными;
- з) Среди рассмотренных распределений (нормального и равномерного) выбрать распределение, дающее лучшее согласование с выборочными данными, с его помощью найти вероятность попадания X в промежуток $(x_1; x_2)$.

6.1) Вариант №1 $x_1=10, x_2=25$

36	52	70	46	77	54	64	66	44	60
52	68	57	33	70	54	38	41	77	57
63	54	40	61	36	70	50	52	63	65
54	22	56	70	26	39	52	67	43	75
42	42	36	54	71	59	63	56	12	35

6.2) Вариант №2 $x_1=15, x_2=40$

23	40	27	26	36	57	65	43	34	49
41	37	30	45	40	48	38	56	47	39
57	17	34	34	49	43	30	40	34	53
32	49	60	28	35	31	55	32	38	43
28	51	44	22	33	34	37	26	46	31

(Все вычисления производить с округлением результатов до **третьего** знака после запятой)

5 Контрольная работа по теме «Корреляция»

№7 В результате измерения значений двух случайных величин X и Y получена таблица, где значения x_i для X записаны в первой строке и во второй строке соответствующее значение y_i для Y .

- а) Методом наименьших квадратов найти уравнение линейной регрессии Y на X , построив график вместе с точками $(x_i; y_i)$;
- б) Вычислить коэффициент корреляции и оценить тесноту связи между X и Y ;
- в) По выборочным данным составить корреляционную таблицу с тремя равными интервалами по X и Y .

7.1) Вариант №1	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 9 & 8 & 7 & 7 & 7 & 4 & 5 & 8 & 5 & 6 & 6 & 7 & 2 & 8 & 4 & 5 & 1 & 9 & 6 & 4 & 8 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 3 & 4 & -1 & -1 & -2 & 0 & 2 & 0 & -2 & 0 & 1 & -2 & 1 & -2 & -1 & -5 & 4 & 0 & 1 & 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$
7.2) Вариант №2	$\begin{pmatrix} 3 & 8 & 1 & 2 & 3 & 8 & 8 & 9 & 3 & 3 & 8 & 8 & 1 & 2 & 5 & 9 & 5 & 5 & 9 & 8 & 2 & 3 & 9 & 7 & 6 \\ -4 & 2 & -7 & -3 & -4 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -7 & -5 & -2 & 3 & 0 & -2 & 4 & 2 & -3 & -3 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

6 Контрольная работа по теме «Корреляционная таблица»

№8 В результате измерений получены данные, записанные в корреляционной таблице. По выборочным данным требуется :

- Найти средние значения $\bar{x}$ и $\bar{y}$;
- Построить эмпирические линии регрессии Y на X и X на Y ;
- Найти коэффициент корреляции и оценить тесноту линейной связи между X и Y ;
- Составить уравнение линейных регрессий Y на X и X на Y и изобразить их графики вместе с соответствующими эмпирическими линиями регрессии;
- Найти ожидаемое значение Y при $X=x_0$
и ожидаемое значение X при $Y=y_0$.

8.1) Вариант №1 $x_0=9, y_0=9$

X		Y					Σ_i
		4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14	
0 – 4		1	3	10	8	2	
4 – 8		1	5	8	10	5	
8 – 12		2	1	20	8	1	
12 – 16		–	2	7	5	1	
Σ_j							

8.2) Вариант №2 $x_0=8, y_0=9$

X		Y					Σ_i
		4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14	
2 – 6		–	1	2	8	2	
6 – 10		1	5	8	10	5	
10 – 14		2	1	20	8	1	
14 – 18		10	2	11	2	1	
Σ_j							

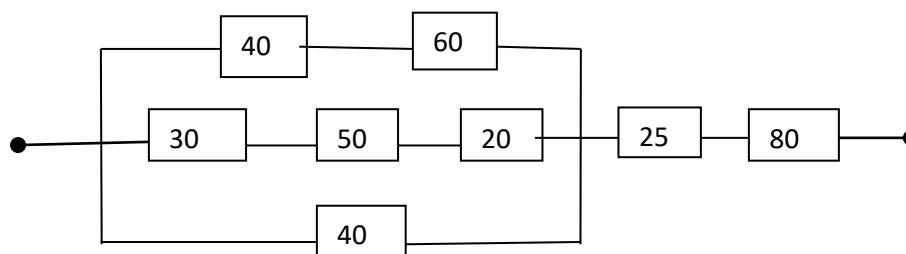
7 Контрольная работа

по курсу «Теория вероятности и математическая статистика»
для студентов очно-заочной формы обучения, ускоренный курс (18 ч. лекции)

Вариант № 1

№1 (4 балла) Три станка-автомата изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 7:10:13. Среди деталей брак для станков составляет 2%-3%-1% соответственно. а) Найти долю бракованных деталей в коробке; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла) Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из $n=10$ шаров $m=2$ окрашены. Из общего числа одновременно берётся $k=4$ шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=3X+10$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

$N=5, p=0.8, k_1=3, k_2=4$	$N=1000, p=0.002, k_1=3, k_2=4$	$N=200, p=0.8, k_1=150, k_2=180$
----------------------------	---------------------------------	----------------------------------

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 34 & 56 & 62 & 53 & 48 & 39 & 68 & 40 & 55 & 52 \\ 60 & 33 & 18 & 53 & 71 & 60 & 46 & 58 & 59 & 42 \\ 82 & 62 & 38 & 46 & 15 & 61 & 54 & 25 & 49 & 54 \\ 44 & 53 & 80 & 45 & 91 & 65 & 66 & 68 & 55 & 54 \\ 51 & 23 & 52 & 48 & 55 & 91 & 34 & 48 & 46 & 38 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

$X_{(см)}$	1	2	3	4	5	6	7	8
$Y_{(кг)}$	8	8	6	5	5	4	4	2

Вариант №2

№1 (4 балла)

В выбранном городе 30% женщин, 25% мужчин, 15% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание X имеют 10%, 8%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю заболевших X в этом городе; б) Среди болеющих X найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три стрелка выполняют по одному выстрелу в общую мишень. Первый попадает в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух попаданий в мишень

№3 (5 баллов)

В коробке из $n=12$ деталей $m=3$ бракованы. Из общего числа одновременно берётся $k=3$ детали. Составить закон распределения для числа X бракованных деталей среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=7X-2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

$N=4, p=0.9, k_1=1, k_2=3$	$N=1000, p=0.001, k_1=3, k_2=4$	$N=120, p=0.8, k_1=80, k_2=85$
----------------------------	---------------------------------	--------------------------------

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 18 & 30 & 33 & 28 & 26 & 21 & 37 & 21 & 29 & 28 \\ 32 & 17 & 10 & 28 & 38 & 32 & 25 & 31 & 32 & 23 \\ 44 & 33 & 20 & 24 & 8 & 33 & 29 & 14 & 26 & 29 \\ 24 & 29 & 43 & 24 & 49 & 35 & 35 & 37 & 30 & 29 \\ 27 & 12 & 28 & 26 & 29 & 49 & 18 & 26 & 24 & 20 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X (см)	1	2	3	4	5	6	7	8
Y (кг)	7	7	5	5	4	2	3	1

Для заметок:

Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
Учебно – методическое пособие для всех специальностей всех форм обучения.
Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ. – 16 с.

Макет подготовлен на кафедре ОНД НТИ НИЯУ МИФИ

Подписано в печать _____ Формат А5 Гарнитура

Печать плоская. Усл-печ. л. 2,5 Тираж _____ экз. Заказ _____

Отпечатано на ризографе НТИ НИЯУ МИФИ

Издательство Новоуральского государственного технологического института
НИЯУ МИФИ,

624130, г. Новоуральск, ул. Ленина 85, НТИ НИЯУ МИФИ

Лицензия РФ ПЛР №00751 от 18.01.2000 г.