

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Степанов Павел Иванович

Должность: Руководитель НТИ НИЯУ МИФИ

Дата подписания: 27.02.2026 08:25:55

Уникальный программный ключ:

8c65c591e26b2d8e460927740a12621a2b23

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"

НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра высшей математики

Ю.В.Орлов

Учебно-методический комплекс

дисциплины «Математика», 1 семестр

Учебно-методическое пособие

Направление подготовки	—	15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»
Профиль	—	«Технология машиностроения»
Квалификация (степень) выпускника	—	бакалавр
Форма обучения	—	Очно-заочная

Новоуральск 2024

Орлов Ю.В. Учебно-методический комплекс (УМК) дисциплины «Математика, 1 семестр» для бакалавров очно-аочной формы обучения профиля 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств – Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ, 2024. – 40 с.

Пособие содержит выписку из рабочей программы дисциплины, контрольную работу (две части), методику оценки и справочник. Выдается студентам заочной формы обучения в начале семестра, вариант – номер студента в списке группы.

УМК составлен ст. преподавателем кафедры ОНД НТИ НИЯУ МИФИ ***Орловым Юрием Владимировичем.***

Пособие рассмотрено на заседании кафедры ОНД НТИ НИЯУ МИФИ

" _____ " _____ 20 ____ г. протокол № _____
и рекомендовано для подготовки бакалавров.

Заведующий кафедрой высшей математики

Н.А. Носырев _____ « ____ » _____ 20 ____ г.

Содержание

1	Выписка из рабочей программы дисциплины	
1.1	Структура и содержание учебной дисциплины	4
1.2	Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине	5
1.3	Компетенции, реализуемые при изучении дисциплины	6
2	Контрольная работа	
2.1	Часть 1 «Матрицы. Линейные системы. Векторы» ..	8
2.2	Часть 2 «Линии и поверхности»	18
2.3	Правила оформления домашней работы	23
3	Методика оценки достижений	
3.1	Балльно-рейтинговая система	26
3.2	Вопросы экзамена	27
3.3	Пример экзаменационного билета	29
4	Справочник	30
5	Рекомендуемая литература	37

1 Выписка из рабочей программы

Дисциплины «Математика» для подготовки бакалавров по направлению 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств профиля «Технология машиностроения» заочной формы обучения

1.1 Структура и содержание учебной дисциплины

Семестр – 1 Трудоёмкость 3 ЗЕТ, Экзамен

Таблица 3

№ п/п	Название темы/раздела учебной дисциплины	Неделя семестра	Виды учебных занятий, и их трудоемкость (в часах)				Ссылка на ПР УД	Форма контроля
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Матрицы, определители	1-2	4	2		3	31, У1, В1	Дз-1 Часть 1
2.	Решение линейных систем	3-4	4	2		3		
3.	Линейные действия над векторами	5-6	4	2		3		
4.	Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов	7-8	4	2		3		
5.	Прямая на плоскости	9-10	6	2		5	31-32, У1- У2, В1-В2	Дз-1 Часть 2
6.	Плоскость и прямая в пространстве	11-12	6	4		3		
7.	Кривые второго порядка	13-14	4	2		3		
8.	Поверхности второго порядка	15-16	4	2		3		
Итого:			36	18		27		
9.	Экзамен (Э-1)							

Дз-1 «Задания по математике, 1 семестр»

Часть 1 «Матрицы. Линейные системы. Векторы»

выдаётся на 2 нед., сдача на 9 нед.,

Часть 2 «Линии и поверхности» выдаётся на 10 нед., сдача на 18 нед.

1.2 Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине

В результате освоения дисциплины «Математика» 1 семестр студент должен:

Код		Результаты обучения	Показатели оценки результатов
знать	31	Основные понятия векторной и линейной алгебры	- Знание действий над матрицами (умножение на число, сумма и разность, произведение, транспонирование) и их свойств; - Знание методов вычисления определителей и их свойств; - Знание методов решения линейных систем (Крамера, матричный, Гаусса и Жордана-Гаусса); - Знание понятия ранга матрицы и способов его вычисления; - Знание действий над векторами (умножение на число, сумма и разность, скалярное, векторное и смешанное произведения, модули и угол между векторами) в графической и координатной формах;
	32	Основы аналитической геометрии	- Знание уравнений прямой на плоскости; - Знание уравнений плоскости; - Знание уравнений прямой в пространстве; - Знание способов измерять расстояния и углы между прямыми, точками и (или) плоскостями; - Знание определений и уравнений кривых второго порядка (эллипса, гиперболы, параболы) и способов их построения; - Знание уравнений поверхностей 2-го порядка и правил их построения;
уметь	У1	Применять математические методы векторной и линейной алгебры	- Умение выполнять действия с матрицами; - Умение вычислять определители матриц, находить обратную матрицу; - Умение решать линейные системы; - Умение выполнять действия с векторами в графической и координатной формах.
	У2	Применять математические методы аналитической геометрии	- Умение построить линию по её уравнению; - Умение измерить расстояния, углы, площади и объёмы; - Умение записать уравнение плоскости и изобразить её в пространстве; - Умение определить взаимное расположение плоскостей, прямых и точек; - Умение изобразить кривую 2-го порядка по её каноническому или общему уравнению; - Умение построить эскиз поверхности 2-го порядка по её уравнению.

владеть	B1	Различными методами решения систем линейных уравнений	- Владение навыками выполнять действия с матрицами; - Владение способами вычисления определителей, ранга матрицы и нахождения обратной матрицы; - Владеть методом Крамера, матричным и методом Гаусса (Жордана-Гаусса) решения линейных систем различных размерностей; - Владеть навыком записи общего решения линейной системы и нахождения из него частного решения.
	B2	Методами решения типовых задач по темам: линии на плоскости, линии и поверхности в пространстве	- Владеть навыком построения прямой линии по её уравнению и составить уравнение для прямой; - Владение навыками вычисления длин, расстояний, углов, площадей и объёмов в типовых задачах; - Владение навыками построить линию и поверхность по её уравнению.

1.2 Компетенции, реализуемые при изучении дисциплины

Код компетенции	Компетенции
Общепрофессиональные компетенции	
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах
B14	Формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду
B15	Формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии

2 Контрольная работа

Дз-1 Домашняя контрольная работа

Часть 1 по теме «Матрицы. Линейные системы. Векторы»

выдаётся на 2 неделе, сдача на 4 неделе 1-го семестра

(выполнить и сдать до 15 ноября)

№1.1 (3 балла) Для матриц A,B,C (см. таблицу) найти $2 \cdot A^T - B \cdot C$

№	A	B	C	№	A	B	C
1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 6 & -4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 8 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \\ 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -8 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	9	$\begin{pmatrix} 9 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 5 \\ 9 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -10 & -4 \\ 4 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 0 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 5 \\ 10 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -12 & -4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 0 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 4 \\ 10 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -12 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 1 & 10 & -1 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \\ 5 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \\ 10 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -12 & -2 \\ 4 & 2 & -2 \\ 1 & 10 & -2 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 6 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \\ 6 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -4 & -4 \\ 4 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	13	$\begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -12 & -1 \\ 4 & 1 & -3 \\ 1 & 10 & -3 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -6 & -4 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 10 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 4 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ 10 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -12 & 0 \\ 4 & 0 & -4 \\ 1 & 10 & 0 \end{pmatrix}$

- №1.2 (5 баллов) Найти решение системы** 1) Методом Крамера;
 2) Матричным методом (проверив A^{-1} умножением на A);
 3) Методом Гаусса или Жордана-Гаусса.

Вар.	Система	Вар.	Система
1	$\begin{cases} x + 2y + 3z = -9 \\ 4x + 2z + 5y = -3 \\ 3x - 19 - 4y = 3z \end{cases}$	10	$\begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ 2y + 5z - 2 = -15 - 3x \\ -x + 3y + z = -2 \end{cases}$
2	$\begin{cases} -2x + 2y + 4z = -10 \\ 4x + 2y + 3z = 5 \\ 3z - 2y + 19 = 2x \end{cases}$	11	$\begin{cases} x + 2y + 3z = 17 \\ 4x + 2z + 5y = 21 \\ 3x - 1 - 4y = 3z \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 4x + 2z - 8 = 2y - 8 \\ 2x + 3y + 3z = -2 \end{cases}$	12	$\begin{cases} -2x + 2y + 4z = -10 \\ 4x + 2y + 3z = 5 \\ 3z - 2y + 19 = 2x \end{cases}$
4	$\begin{cases} 5x - y + 4z = 7 \\ 2y - 2x + 3x = 3 \\ 4x - 3y + z = 10 \end{cases}$	13	$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 4x + 2z - 8 = 2y - 8 \\ 2x + 3y + 3z = -2 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 5x + y + 3z = 10 \\ 2x - y - 3z = 4 \\ 4z - 3y + x = -11 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 5x - y + 4z = 7 \\ 2y - 2x + 3x = 3 \\ 4x - 3y + z = 10 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x - 2y + z = -1 \\ 2y - x + 3z - 1 = 8 \\ 2x + y + 2z = 1 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 5x + y + 3z = 10 \\ 2x - y - 3z = 4 \\ 4z - 3y + x = -11 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = -7 \\ 2x - z + 3y - 2 = -8 \\ -2x + y + 2z = 13 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 3x - 2y + z = -1 \\ 2y - x + 3z - 1 = 8 \\ 2x + y + 2z = 1 \end{cases}$
8	$\begin{cases} x - 2y + 3z = 3 \\ 4z + y - 2x = 1 \\ 3x - 2y = -2z + 6 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = -7 \\ 2x - z + 3y - 2 = -8 \\ -2x + y + 2z = 13 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2y - 3x + z = -5 \\ 4x + 2y + 5z = 5 \\ -x + 3y = -z \end{cases}$	18	$\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 4z + y - x = 2 \\ 3x - 2y = 6z \end{cases}$

Вар.	Система	Вар.	Система
19	$\begin{cases} 2y - 3x + z = -5 \\ 4x + 2y + 5z = 5 \\ -x + 3y = -z \end{cases}$	27	$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = -7 \\ 2x - z + 3y - 2 = -8 \\ -2x + y + 2z = 13 \end{cases}$
20	$\begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ 2y + 5z - 2 = -15 - 3x \\ -x + 3y + z = -2 \end{cases}$	28	$\begin{cases} x - 2y + 3z = 15 \\ 4z + y - 2x = 6 \\ 3x - 2y = -2z \end{cases}$
21	$\begin{cases} x + 2y + 3z = -9 \\ 4x + 2z + 5y = -3 \\ 3x - 19 - 4y = 3z \end{cases}$	29	$\begin{cases} 2y - 3x + z = -5 \\ 4x + 2y + 5z = 5 \\ -x + 3y = -z \end{cases}$
22	$\begin{cases} -2x + 2y + 4z = -10 \\ 4x + 2y + 3z = 5 \\ 3z - 2y + 19 = 2x \end{cases}$	30	$\begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ 2y + 5z - 2 = -15 - 3x \\ -x + 3y + z = -2 \end{cases}$
23	$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 4x + 2z - 8 = 2y - 8 \\ 2x + 3y + 3z = -2 \end{cases}$	31	$\begin{cases} x + 2y + 3z = -9 \\ 4x + 2z + 5y = -3 \\ 3x - 19 - 4y = 3z \end{cases}$
24	$\begin{cases} 5x - y + 4z = 7 \\ 2y - 2x + 3x = 3 \\ 4x - 3y + z = 10 \end{cases}$	32	$\begin{cases} -2x + 2y + 4z = -10 \\ 4x + 2y + 3z = 5 \\ 3z - 2y + 19 = 2x \end{cases}$
25	$\begin{cases} 5x + y + 3z = 10 \\ 2x - y - 3z = 4 \\ 4z - 3y + x = -11 \end{cases}$	33	$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 4x + 2z - 8 = 2y - 8 \\ 2x + 3y + 3z = -2 \end{cases}$
26	$\begin{cases} 3x - 2y + z = -1 \\ 2y - x + 3z - 1 = 8 \\ 2x + y + 2z = 1 \end{cases}$	34	$\begin{cases} 5x - y + 4z = 7 \\ 2y - 2x + 3x = 3 \\ 4x - 3y + z = 10 \end{cases}$

№1.3 (2 балла) Система трех уравнений от четырех неизвестных x_1, x_2, x_3, x_4 в матричном виде имеет вид $A \cdot X = B$, матрицы A и B заданы в таблице.

Записать эту систему, **найти** её общее решение и одно частное решение.

№	A	B	№	A	B
1	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -9 \\ 5 & 4 & -6 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix}$	11	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 6 & -11 \\ 5 & 4 & -6 & 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \\ 5 & 4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 9 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 6 & 5 \\ 5 & 4 & -6 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -17 \\ 21 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -13 \\ 5 & 4 & -6 & 13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -25 \\ 35 \end{pmatrix}$	13	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 6 & -15 \\ 5 & 4 & -6 & 17 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -19 \\ 29 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & -3 \\ 5 & 4 & -6 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -23 \\ 35 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -5 \\ 5 & 4 & -6 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -17 \\ 29 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 5 \\ -3 & -2 & 6 & -23 \\ 5 & 4 & -6 & 27 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix}$	15	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 6 & -19 \\ 5 & 4 & -6 & 19 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & -7 \\ 5 & 4 & -6 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -11 \\ 11 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -9 \\ 5 & 4 & -6 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & -6 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -13 \\ 19 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \\ 5 & 4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 13 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ -3 & -2 & 6 & -17 \\ 5 & 4 & -6 & 21 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -11 \\ 19 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -13 \\ 5 & 4 & -6 & 13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -23 \\ 31 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 6 & -1 \\ 5 & 4 & -6 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 \\ -31 \\ 45 \end{pmatrix}$	19	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & -3 \\ 5 & 4 & -6 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ -25 \\ 39 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ -3 & -2 & 6 & -21 \\ 5 & 4 & -6 & 23 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 5 \\ -3 & -2 & 6 & -23 \\ 5 & 4 & -6 & 27 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -11 \end{pmatrix}$

№	A	B	№	A	B
21	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & -7 \\ 5 & 4 & -6 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -13 \\ 15 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 6 & -15 \\ 5 & 4 & -6 & 17 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -17 \\ 25 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & -6 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -11 \\ 15 \end{pmatrix}$	29	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -5 \\ 5 & 4 & -6 & 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -19 \\ 33 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ -3 & -2 & 6 & -17 \\ 5 & 4 & -6 & 21 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -13 \\ 23 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 6 & -19 \\ 5 & 4 & -6 & 19 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 6 & -1 \\ 5 & 4 & -6 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ -29 \\ 41 \end{pmatrix}$	31	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -9 \\ 5 & 4 & -6 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ -3 & -2 & 6 & -21 \\ 5 & 4 & -6 & 23 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$	32	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \\ 5 & 4 & -6 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 9 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & 6 & -11 \\ 5 & 4 & -6 & 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	33	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -13 \\ 5 & 4 & -6 & 13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -25 \\ 35 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & -2 & 6 & 5 \\ 5 & 4 & -6 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -19 \\ 25 \end{pmatrix}$	34	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 6 & -13 \\ 5 & 4 & -6 & 13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ -25 \\ 35 \end{pmatrix}$

№1.4 (3 балла) В базисе $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ с модулями векторов $|\vec{e}_1|$, $|\vec{e}_2|$ и углом φ между ними заданы векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (см. таблицу).

Найти $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\cos(\vec{a}, \vec{b})$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

Вариант	Условия				
	$ \vec{e}_1 $	$ \vec{e}_2 $	φ	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 7$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = 5\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
2	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 60^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$	$\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
3	$ \vec{e}_1 = 5$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$
4	$ \vec{e}_1 = 1$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 90^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
5	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 150^\circ$	$\vec{a} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$
6	$ \vec{e}_1 = 2$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 45^\circ$	$\vec{a} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$
7	$ \vec{e}_1 = 2$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi = 90^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = 5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$
8	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$
9	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 7$	$\varphi = 135^\circ$	$\vec{a} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
10	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 1$	$\varphi = 120^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$
11	$ \vec{e}_1 = 5$	$ \vec{e}_2 = 2$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
12	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 7$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = 5\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
13	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 2$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
14	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 150^\circ$	$\vec{a} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$
15	$ \vec{e}_1 = 6$	$ \vec{e}_2 = 7$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$
16	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$	$\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
17	$ \vec{e}_1 = 2$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 90^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$
18	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 4$	$\varphi = 150^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$
19	$ \vec{e}_1 = 2$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi = 60^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$	$\vec{b} = 5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$
20	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 4$	$\varphi = 150^\circ$	$\vec{a} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$
21	$ \vec{e}_1 = 1$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi = 120^\circ$	$\vec{a} = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$
22	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 4$	$\varphi = 30^\circ$	$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$	$\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$

Вариант	$ \vec{e}_1 $	$ \vec{e}_2 $	φ	$\vec{a}$	$\vec{b}$
23	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 2$	$\varphi=60^\circ$	$\vec{a}=2\vec{e}_1-\vec{e}_2$	$\vec{b}=2\vec{e}_1+\vec{e}_2$
24	$ \vec{e}_1 = 5$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi=30^\circ$	$\vec{a}=2\vec{e}_1-\vec{e}_2$	$\vec{b}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2$
25	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 3$	$\varphi=90^\circ$	$\vec{a}=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2$	$\vec{b}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2$
26	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi=30^\circ$	$\vec{a}=2\vec{e}_1-3\vec{e}_2$	$\vec{b}=5\vec{e}_1+\vec{e}_2$
27	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 2$	$\varphi=60^\circ$	$\vec{a}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2$	$\vec{b}=4\vec{e}_1+5\vec{e}_2$
28	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 1$	$\varphi=30^\circ$	$\vec{a}=3\vec{e}_1-\vec{e}_2$	$\vec{b}=4\vec{e}_1+3\vec{e}_2$
29	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 2$	$\varphi=45^\circ$	$\vec{a}=\vec{e}_1-5\vec{e}_2$	$\vec{b}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2$
30	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi=60^\circ$	$\vec{a}=6\vec{e}_1+2\vec{e}_2$	$\vec{b}=4\vec{e}_1-3\vec{e}_2$
31	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 7$	$\varphi=150^\circ$	$\vec{a}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2$	$\vec{b}=2\vec{e}_1+\vec{e}_2$
32	$ \vec{e}_1 = 3$	$ \vec{e}_2 = 4$	$\varphi=60^\circ$	$\vec{a}=3\vec{e}_1-2\vec{e}_2$	$\vec{b}=4\vec{e}_1+5\vec{e}_2$
33	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 5$	$\varphi=120^\circ$	$\vec{a}=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2$	$\vec{b}=3\vec{e}_1+3\vec{e}_2$
34	$ \vec{e}_1 = 4$	$ \vec{e}_2 = 2$	$\varphi=30^\circ$	$\vec{a}=3\vec{e}_1-5\vec{e}_2$	$\vec{b}=4\vec{e}_1+\vec{e}_2$

№1.5 (7 баллов) Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ (см. таблицу).

Найти для них

- 1) $(\vec{a} - 2 \cdot \vec{b}) + 3 \cdot (\vec{b} - 2 \cdot \vec{c})$;
- 2) $(\vec{a} - 2 \cdot \vec{b}) \cdot (\vec{c} - 3 \cdot \vec{b})$;
- 3) Косинусы углов и углы между а) $\vec{a}$ и $\vec{b}$, б) $\vec{a}$ и $\vec{c}$, в) $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
- 4) $\vec{a} \times \vec{b}$;
- 5) Площадь треугольника построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{c}$;
- 6) Смешанное произведение $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$;
- 7) Объём пирамиды построенной на $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$;
- 8) Разложение вектора $\vec{d}$ по векторам $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, если они образуют базис.

Вариант	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$
1	$\vec{a}=(1;-5;-1)$	$\vec{b}=(5;-4;2)$	$\vec{c}=(2;3;4)$	$\vec{d}=(3;18;23)$
2	$\vec{a}=(1;-1;1)$	$\vec{b}=(1;2;2)$	$\vec{c}=(2;3;-2)$	$\vec{d}=(1;0;5)$
3	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;1;2)$	$\vec{c}=(2;3;-1)$	$\vec{d}=(6;0;-1)$
4	$\vec{a}=(1;1;-1)$	$\vec{b}=(-1;3;2)$	$\vec{c}=(2;3;-3)$	$\vec{d}=(-12;-4;19)$
5	$\vec{a}=(1;-3;-1)$	$\vec{b}=(3;2;2)$	$\vec{c}=(2;3;-2)$	$\vec{d}=(11;-2;-1)$
6	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;-2;2)$	$\vec{c}=(2;3;2)$	$\vec{d}=(6;12;2)$
7	$\vec{a}=(1;1;-1)$	$\vec{b}=(-1;-1;2)$	$\vec{c}=(2;3;1)$	$\vec{d}=(0;0;-1)$
8	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;5;2)$	$\vec{c}=(2;3;-5)$	$\vec{d}=(6;12;23)$
9	$\vec{a}=(1;3;-1)$	$\vec{b}=(-3;-2;2)$	$\vec{c}=(2;3;2)$	$\vec{d}=(1;-8;-3)$
10	$\vec{a}=(1;-4;-1)$	$\vec{b}=(4;3;2)$	$\vec{c}=(2;3;-3)$	$\vec{d}=(18;-4;-1)$
11	$\vec{a}=(1;3;-1)$	$\vec{b}=(-3;3;2)$	$\vec{c}=(2;3;-3)$	$\vec{d}=(-24;-18;27)$
12	$\vec{a}=(1;1;-1)$	$\vec{b}=(-1;4;2)$	$\vec{c}=(2;3;-4)$	$\vec{d}=(15;0;29)$
13	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;-3;2)$	$\vec{c}=(2;3;3)$	$\vec{d}=(6;20;7)$
14	$\vec{a}=(5;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;-3;0)$	$\vec{c}=(1;3;3)$	$\vec{d}=(2;-4;4)$
15	$\vec{a}=(1;0;-1)$	$\vec{b}=(0;-2;2)$	$\vec{c}=(2;3;2)$	$\vec{d}=(4;10;0)$
16	$\vec{a}=(1;-1;-1)$	$\vec{b}=(1;2;2)$	$\vec{c}=(2;3;-2)$	$\vec{d}=(1;0;5)$
17	$\vec{a}=(1;3;-1)$	$\vec{b}=(-3;0;2)$	$\vec{c}=(2;3;0)$	$\vec{d}=(-9;-18;3)$
18	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;0;2)$	$\vec{c}=(2;3;0)$	$\vec{d}=(6;2;-2)$
19	$\vec{a}=(1;0;-1)$	$\vec{b}=(0;3;2)$	$\vec{c}=(2;3;-3)$	$\vec{d}=(-6;0;15)$
20	$\vec{a}=(1;-1;-1)$	$\vec{b}=(1;-3;2)$	$\vec{c}=(2;3;3)$	$\vec{d}=(6;20;5)$
21	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;0;2)$	$\vec{c}=(2;3;0)$	$\vec{d}=(6;2;-2)$

Вариант	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$
22	$\vec{a}=(1;3;-1)$	$\vec{b}=(-3;2;2)$	$\vec{c}=(2;3;-2)$	$\vec{d}=(-19;-20;17)$
23	$\vec{a}=(1;2;-1)$	$\vec{b}=(-2;4;2)$	$\vec{c}=(2;3;-4)$	$\vec{d}=(-22;-6;34)$
24	$\vec{a}=(1;3;-1)$	$\vec{b}=(-3;-3;2)$	$\vec{c}=(2;3;3)$	$\vec{d}=(6;0;-3)$
25	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;-4;2)$	$\vec{c}=(2;3;4)$	$\vec{d}=(6;30;14)$
26	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;-4;2)$	$\vec{c}=(2;3;4)$	$\vec{d}=(6;30;14)$
27	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;2;2)$	$\vec{c}=(2;3;-2)$	$\vec{d}=(6;0;2)$
28	$\vec{a}=(1;3;-1)$	$\vec{b}=(-3;-3;2)$	$\vec{c}=(2;3;3)$	$\vec{d}=(6;0;-3)$
29	$\vec{a}=(1;0;-1)$	$\vec{b}=(0;-5;2)$	$\vec{c}=(2;3;5)$	$\vec{d}=(10;40;15)$
30	$\vec{a}=(1;-5;-1)$	$\vec{b}=(5;-5;2)$	$\vec{c}=(2;3;5)$	$\vec{d}=(0;30;25)$
31	$\vec{a}=(1;-5;-1)$	$\vec{b}=(5;-4;2)$	$\vec{c}=(2;3;4)$	$\vec{d}=(3;18;23)$
32	$\vec{a}=(1;-1;1)$	$\vec{b}=(1;2;2)$	$\vec{c}=(2;3;-2)$	$\vec{d}=(1;0;5)$
33	$\vec{a}=(1;-2;-1)$	$\vec{b}=(2;-1;2)$	$\vec{c}=(2;3;1)$	$\vec{d}=(6;6;-1)$
34	$\vec{a}=(1;1;-1)$	$\vec{b}=(-1;3;2)$	$\vec{c}=(2;3;-3)$	$\vec{d}=(-12;-4;19)$

Часть 2 по теме «Линии и поверхности»
выдаётся на 9 неделе, сдача на 18 неделе 1-го семестра

№1.6 (5 баллов) Дана система трёх линейных неравенств с двумя переменными. Построить на плоскости xOy область, заданную системой неравенств. Для полученной области (треугольника) **найти**

- 1) Координаты всех вершин;
- 2) Один из внутренних углов;
- 3) Длину одного основания и высоты к такому основанию;
- 4) Площадь треугольника по основанию и высоте;
- 5) Площадь треугольника через векторное произведение;
- 6) Уравнения двух медиан;
- 7) Точку пересечения медиан (двумя способами).

Вариант		Вариант	
1	$\begin{cases} 26x - 2y - 69 \leq 0 \\ 2x + 4y - 24 \leq 0 \\ 14x + y - 33 \geq 0 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 4x - 28y + 18 \geq 0 \\ 10x + 28y - 102 \leq 0 \\ 6x + 7y - 22 \geq 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x - 2y + 5 \geq 0 \\ x + 3y - 10 \leq 0 \\ 2x + y - 15 \geq 0 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 4x + 4y - 34 \leq 0 \\ 2x + 20y - 80 \leq 0 \\ 2x + 11y - 44 \geq 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 22x - 6y - 17 \leq 0 \\ 6x - 12y + 42 \leq 0 \\ 12x - 5y - 11 \geq 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 18x - 6y - 63 \leq 0 \\ 10x + 12y - 58 \leq 0 \\ 8x + 5y - 28 \geq 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 38x + 2y - 127 \leq 0 \\ -6x + 4y - 8 \leq 0 \\ 16 + 3y - 47 \geq 0 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 6x - 10y - 1 \leq 0 \\ 2x + 28y - 110 \leq 0 \\ 4x + 9y - 32 \geq 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 38x + 10y - 197 \leq 0 \\ x + 6y - 31 \leq 0 \\ 20x + 11y - 75 \geq 0 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 10x - 14y - 29 \leq 0 \\ 5x + 10y - 40 \leq 0 \\ 10x + 3y - 12 \geq 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 26x - 2y - 69 \leq 0 \\ 2x + 4y - 24 \leq 0 \\ 14x + y - 33 \geq 0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 4x - 28y + 18 \geq 0 \\ 10x + 28y - 102 \leq 0 \\ 6x + 7y - 22 \geq 0 \end{cases}$

13	$\begin{cases} x - 2y + 5 \geq 0 \\ x + 3y - 10 \leq 0 \\ 2x + y - 15 \geq 0 \end{cases}$		14	$\begin{cases} 4x + 4y - 34 \leq 0 \\ 2x + 20y - 80 \leq 0 \\ 2x + 11y - 44 \geq 0 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 22x - 6y - 17 \leq 0 \\ 6x - 12y + 42 \leq 0 \\ 12x - 5y - 11 \geq 0 \end{cases}$		16	$\begin{cases} 18x - 6y - 63 \leq 0 \\ 10x + 12y - 58 \leq 0 \\ 8x + 5y - 28 \geq 0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 38x + 2y - 127 \leq 0 \\ -6 + 4y - 8 \leq 0 \\ 16 + 3y - 47 \geq 0 \end{cases}$		18	$\begin{cases} 6x - 10y - 1 \leq 0 \\ 2x + 28y - 110 \leq 0 \\ 4x + 9y - 32 \geq 0 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 38x + 10y - 197 \leq 0 \\ x + 6y - 31 \leq 0 \\ 20x + 11y - 75 \geq 0 \end{cases}$		20	$\begin{cases} 10x - 14y - 29 \leq 0 \\ 5x + 10y - 40 \leq 0 \\ 10x + 3y - 12 \geq 0 \end{cases}$
21	$\begin{cases} 26x - 2y - 69 \leq 0 \\ 2x + 4y - 24 \leq 0 \\ 14x + y - 33 \geq 0 \end{cases}$		22	$\begin{cases} 4x - 28y + 18 \geq 0 \\ 10x + 28y - 102 \leq 0 \\ 6x + 7y - 22 \geq 0 \end{cases}$
23	$\begin{cases} x - 2y + 5 \geq 0 \\ x + 3y - 10 \leq 0 \\ 2x + y - 15 \geq 0 \end{cases}$		24	$\begin{cases} 4x + 4y - 34 \leq 0 \\ 2x + 20y - 80 \leq 0 \\ 2x + 11y - 44 \geq 0 \end{cases}$
25	$\begin{cases} 22x - 6y - 17 \leq 0 \\ 6x - 12y + 42 \leq 0 \\ 12x - 5y - 11 \geq 0 \end{cases}$		26	$\begin{cases} 18x - 6y - 63 \leq 0 \\ 10x + 12y - 58 \leq 0 \\ 8x + 5y - 28 \geq 0 \end{cases}$

№1.7 (8 баллов) Даны четыре точки пространства:

$$A = (x_1; y_1; z_1), B = (x_2; y_2; z_2), C = (x_3; y_3; z_3), D = (x_4; y_4; z_4).$$

В пирамиде ABCD **найти**

- 1) Общее уравнение грани ABC;
 - 2) Уравнение грани ABC в отрезках;
 - 3) Уравнение плоскости, проходящей через D параллельно грани ABC;
 - 4) Угол между рёбрами AB и BC;
 - 5) Величину двугранного угла при ребре BC;
 - 6) Угол между ребром AB и гранью BCD;
 - 7) Каноническое и параметрическое уравнения ребра AB;
 - 8) Длину ребра AB;
 - 9) Длину высоты, опущенной из вершины D на плоскость ABC;
 - 11) Площадь грани ABC;
 - 12) Объём пирамиды по высоте и площади основания;
 - 13) Объём пирамиды с помощью смешанного произведения;
- (Вычисления производить с округлением до двух знаков после запятой, углы находить в градусах.)

№	Точки			
	A	B	C	D
1	A= (1 ; 3 ; 6)	B=(2; 2; 1)	C=(-1; 0; 1)	D=(-4; 6; -3)
2	A= (-4 ; 2 ; 6)	B=(2;-3; 0)	C=(-10; 5; 8)	D=(-5; 2; -4)
3	A= (7 ; 2 ; 4)	B=(7; -1; -2)	C=(3; 3;-1)	D=(-4; 2; 1)
4	A= (2 ; 1; 4)	B=(-1; 5; -2)	C=(-7;-3; 2)	D=(-6;-3; 6)
5	A= (-1 ;-5 ; 2)	B=(-6; 0;-3)	C=(3; 6;-3)	D=(-10;6; 7)
6	A= (0;-1 ;-1)	B=(-2; 3; 5)	C=(1;-5;-9)	D=(-1;-6; 3)
7	A= (5 ; 2 ; 0)	B=(2; 5; 0)	C=(1; 2; 4)	D=(-1; 1; 1)
8	A= (2 ;-1 ;-2)	B=(1; 2; 1)	C=(5; 0;-6)	D=(-10; 9;-7)
9	A= (-2; 0 ;-4)	B=(-1; 7; 1)	C=(4;-8;-4)	D=(1; -4; 6)
10	A= (14; 4 ; 5)	B=(-5;-3; 2)	C=(-2;-6;-3)	D=(-2; 2; -1)
11	A= (1 ; 2 ; 0)	B=(3; 0; -3)	C=(5; 2; 6)	D=(8; 4;-9)
12	A= (2 ;-1 ; 2)	B=(1; 2; -1)	C=(3; 2; 1)	D=(-4; 2; 5)

13	A= (1 ; 1 ; 2)	B=(-1; 1; 3)	C=(2;-2; 4)	D=(-1; 0;-2)
14	A= (2; 3 ; 1)	B=(4; 1;-2)	C=(6; 3; 7)	D=(7; 5;-3)
15	A= (1 ; 1 ; -1)	B=(2; 3; 1)	C=(3; 2; 1)	D=(5; 9; -8)
16	A= (1 ; 5 ; -7)	B=(-3; 6; 3)	C=(-2; 7;3)	D=(-4; 8; -12)
17	A= (-3; 4;-7)	B=(1; 5;-4)	C=(-5; -2; 0)	D=(2; 5; 4)
18	A= (-1 ; 2 ;-3)	B=(4 ;-1; 0)	C=(2; 1;-2)	D=(3; 4; 5)
19	A= (4; -1; 3)	B=(-2; 1; 0)	C=(0;-5; 1)	D=(3; 2; -6)
20	A= (1 ;-1 ; 1)	B=(-2; 0 ; 3)	C=(2; 1;-1)	D=(2; -2; -4)
21	A= (1 ; 2 ; 0)	B=(1;-1; 2)	C=(0; 1;-1)	D=(-3; 0; 1)
22	A= (1 ; 0; 2)	B=(1; 2; -1)	C=(2; -2; 1)	D=(2; 1; 0)
23	A= (1 ; 2 ;-3)	B=(1; 0; 1)	C=(-2; -1; 6)	D=(0;-5; -4)
24	A= (3 ;10 ;-1)	B=(-2; 3;-5)	C=(-6; 0;-3)	D=(1;-1; 2)
25	A= (-1 ; 2 ; 4)	B=(-1;-2; -4)	C=(3; 0;-1)	D=(7; -3; 1)
26	A= (0 ;-3 ; 1)	B=(-4; 1; 2)	C=(2;-1; 5)	D=(3; 1;-4)
27	A= (1 ; 3 ; 0)	B=(4;-1; 2)	C=(3; 0; 1)	D=(-4; 3; 5)
28	A= (-2; -1 ; -1)	B=(0; 3; 2)	C=(3; 1;-4)	D=(-4; 7; 3)
29	A= (-3 ;-5 ; 6)	B=(2; 1; -4)	C=(0; -3;-1)	D=(-5; 2; -8)
30	A= (2 ;-4 ;-3)	B=(5;-6; 0)	C=(-1; 3;-3)	D=(-10;-8; 7)
31	A= (1 ;-1 ; 2)	B=(2; 1; 2)	C=(1; 1; 4)	D=(6; -3; 8)
32	A= (2 ; 1 ;-1)	B=(1;-3; 2)	C=(1; 6; 3)	D=(1 ; 0;-1)
33	A= (1 ; 2 ; 3)	B=(-2; 1; 0)	C=(5; 2;-1)	D=(-2; 4; 4)
34	A= (1 ; 0 ; 3)	B=(-2; 1; 3)	C=(-2; 2;-1)	D=(0 ; 4; 4)

№1.8 (3 балла) Изобразить кривую, заданную уравнением. **Определить** для кривой полуоси, фокусное расстояние, эксцентриситет, координаты центра и фокусов

1	$\frac{1}{9} \cdot x^2 - \frac{1}{9} \cdot (y - 2)^2 = 1$	18	$\frac{-1}{4} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{9} \cdot (y + 1)^2 = 1$
2	$\frac{1}{16} \cdot (x - 1)^2 - \frac{1}{16} \cdot (y - 2)^2 = 1$	19	$\frac{-1}{16} \cdot (x + 1)^2 + \frac{1}{16} \cdot (y - 2)^2 = 1$
3	$\frac{1}{9} \cdot (x + 4)^2 + \frac{1}{25} \cdot (-y + 2)^2 = 1$	20	$\frac{-1}{16} \cdot (-x + 1)^2 + \frac{1}{36} \cdot (y - 2)^2 = 1$
4	$\frac{1}{25} \cdot (x + 1)^2 + \frac{1}{49} \cdot (-y - 1)^2 = 1$	21	$\frac{-1}{16} \cdot x^2 + \frac{1}{49} \cdot (y - 2)^2 = -1$
5	$\frac{1}{25} \cdot (-x - 3)^2 - \frac{1}{64} \cdot (y + 1)^2 = 1$	22	$\frac{-1}{25} \cdot (x + 1)^2 + \frac{1}{64} \cdot (y + 1)^2 = -1$
6	$\frac{1}{4} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{4} \cdot (-y - 1)^2 = 1$	23	$\frac{-1}{36} \cdot (x + 4)^2 + \frac{1}{4} \cdot (y + 1)^2 = -1$
7	$\frac{1}{25} \cdot (x + 2)^2 - \frac{1}{9} \cdot (-y + 2)^2 = 1$	24	$\frac{-1}{4} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{16} \cdot (y + 1)^2 = -1$
8	$\frac{1}{16} \cdot (x - 1)^2 - \frac{1}{25} \cdot (y - 2)^2 = 1$	25	$\frac{-1}{36} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{25} \cdot (y - 2)^2 = -1$
9	$\frac{1}{25} \cdot (x + 1)^2 - \frac{1}{36} \cdot (y - 2)^2 = 1$	26	$\frac{-1}{16} \cdot (x - 1)^2 + \frac{1}{36} \cdot (y - 2)^2 = -1$
10	$\frac{-1}{25} \cdot (x + 1)^2 + \frac{1}{49} \cdot (y + 1)^2 = 1$	27	$\frac{-1}{36} \cdot (x + 2)^2 + \frac{1}{49} \cdot (y - 2)^2 = -1$
11	$\frac{-1}{4} \cdot x^2 + \frac{1}{64} \cdot (y + 1)^2 = 1$	28	$\frac{-1}{25} \cdot (x + 1)^2 + \frac{1}{4} \cdot (y + 1)^2 = -1$
12	$\frac{-1}{4} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{9} \cdot (y + 1)^2 = 1$	29	$\frac{-1}{9} \cdot (x + 1)^2 + \frac{1}{9} \cdot (y + 1)^2 = -1$
13	$\frac{1}{4} \cdot (-x - 4)^2 + \frac{1}{16} \cdot (y - 2)^2 = 1$	30	$\frac{-1}{4} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{16} \cdot (y + 1)^2 = -1$
14	$\frac{1}{16} \cdot (-x + 1)^2 + \frac{1}{25} \cdot (y - 2)^2 = 1$	31	$\frac{1}{9} \cdot x^2 - \frac{1}{25} \cdot (y - 2)^2 = -1$
15	$\frac{-1}{4} \cdot (x + 3)^2 + \frac{1}{36} \cdot (y - 2)^2 = 1$	32	$\frac{1}{16} \cdot (x - 1)^2 - \frac{1}{49} \cdot (y - 2)^2 = -1$
16	$\frac{1}{25} \cdot (-x - 1)^2 + \frac{1}{64} \cdot (y + 1)^2 = 1$	33	$\frac{1}{9} \cdot (x + 4)^2 - \frac{1}{64} \cdot (y - 2)^2 = -1$
17	$\frac{1}{16} \cdot (-x - 2)^2 + \frac{1}{4} \cdot (y + 1)^2 = 1$	34	$\frac{1}{25} \cdot (x + 1)^2 - \frac{1}{4} \cdot (y + 1)^2 = -1$

**№1.9 (4 балла) Привести уравнение кривой к каноническому виду.
Построить линию, заданную уравнением**

1) $-98 - 8 \cdot x^2 + 16 \cdot x - 18 \cdot y^2 + 108 \cdot y = 0$	2) $-168 - 8 \cdot x^2 + 16 \cdot x - 32 \cdot y^2 + 192 \cdot y = 0$
3) $12 - 4 \cdot x^2 + 24 \cdot x - 16 \cdot y^2 - 32 \cdot y = 0$	4) $-99 - 12 \cdot x^2 + 72 \cdot x - 3 \cdot y^2 - 6 \cdot y = 0$
5) $147 + 3 \cdot x^2 + 42 \cdot x + 3 \cdot y^2 + 18 \cdot y = 0$	6) $3 \cdot x^2 - 18 \cdot x - 18 + 3 \cdot y^2 + 6 \cdot y = 0$
7) $25 \cdot x^2 - 200 \cdot x + 316 + 4 \cdot y^2 - 16 \cdot y = 0$	8) $16 \cdot x^2 + 96 \cdot x - 156 + 100 \cdot y^2 + 200 \cdot y = 0$
9) $32 \cdot x^2 + 512 \cdot x + 2642 + 18 \cdot y^2 - 252 \cdot y = 0$	10) $36 \cdot x^2 + 288 \cdot x + 301 + 25 \cdot y^2 + 250 \cdot y = 0$
11) $4 \cdot x^2 - 24 \cdot x + 161 + 25 \cdot y^2 - 150 \cdot y = 0$	12) $16 \cdot x^2 + 96 \cdot x - 396 + 36 \cdot y^2 + 72 \cdot y = 0$
13) $4 \cdot x^2 + 9 \cdot y^2 + 18 \cdot y - 27 = 0$	14) $36 \cdot x^2 + 360 \cdot x + 900 + 25 \cdot y^2 - 300 \cdot y = 0$
15) $97 + 16 \cdot x^2 - 32 \cdot x + 9 \cdot y^2 - 90 \cdot y = 0$	16) $64 + 36 \cdot x^2 - 288 \cdot x + 16 \cdot y^2 + 64 \cdot y = 0$
17) $401 + 25 \cdot x^2 - 150 \cdot x + 16 \cdot y^2 + 192 \cdot y = 0$	18) $-192 - 3 \cdot x^2 - 48 \cdot x - 3 \cdot y^2 - 18 \cdot y = 0$
19) $12 \cdot x^2 - 72 \cdot x + 63 + 3 \cdot y^2 + 6 \cdot y = 0$	20) $25 \cdot x^2 - 150 \cdot x + 129 + 4 \cdot y^2 - 8 \cdot y = 0$
21) $16 \cdot x^2 + 96 \cdot x - 288 + 144 \cdot y^2 + 288 \cdot y = 0$	22) $32 \cdot x^2 + 512 \cdot x + 1778 + 18 \cdot y^2 + 36 \cdot y = 0$
23) $36 \cdot x^2 + 360 \cdot x + 225 + 25 \cdot y^2 + 150 \cdot y = 0$	24) $96 + 4 \cdot x^2 - 48 \cdot x + 16 \cdot y^2 + 32 \cdot y = 0$
25) $144 + 4 \cdot x^2 - 24 \cdot x + 9 \cdot y^2 - 72 \cdot y = 0$	26) $360 + 8 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 32 \cdot y^2 - 192 \cdot y = 0$
27) $352 + 4 \cdot x^2 + 16 \cdot x + 16 \cdot y^2 - 160 \cdot y = 0$	28) $-54 + 3 \cdot x^2 - 18 \cdot x + 27 \cdot y^2 + 54 \cdot y = 0$
29) $8 \cdot x^2 - 48 \cdot x + 42 + 2 \cdot y^2 + 4 \cdot y = 0$	30) $4 \cdot x^2 - 40 \cdot x + 25 + 25 \cdot y^2 - 50 \cdot y = 0$
31) $16 \cdot x^2 - 160 \cdot x - 140 + 36 \cdot y^2 + 72 \cdot y = 0$	32) $4 \cdot x^2 + 56 \cdot x + 169 + 9 \cdot y^2 + 18 \cdot y = 0$
33) $36 \cdot x^2 + 360 \cdot x + 225 + 25 \cdot y^2 + 150 \cdot y = 0$	34) $435 + 48 \cdot x^2 - 192 \cdot x + 27 \cdot y^2 - 270 \cdot y = 0$
35) $388 + 36 \cdot x^2 - 360 \cdot x + 16 \cdot y^2 + 64 \cdot y = 0$	36) $576 + 25 \cdot x^2 + 200 \cdot x + 16 \cdot y^2 + 192 \cdot y = 0$

2.3 Правила оформления домашней работы

В первом семестре, как и в следующих, студент должен выполнить по две части контрольной работы по пройденным темам. Первую часть по теме «Матрицы. Линейные системы. Векторы» следует выполнить и сдать до 15 ноября.

Задание выполняется на печатных листах формата А4. На титульном листе указывается указание ВУЗа (достаточно НТИ НИЯУ МИФИ), кафедры, предмета, названия выполняемой работы с номером варианта, ФИО выполнившего с указанием его группы, ФИО проверяющего, город и год выполнения.

На следующей странице – содержание работы с указанием номеров страниц (все листы должны быть пронумерованы и скреплены).

По списку группы студент получает свой вариант (порядковый номер), по которому в каждом из типовых заданий выбирает свой подпункт и соответствующее индивидуальное задание. Номер в этом списке останется неизменным до конца семестра даже при изменении списка группы.

Далее приводится решение заданий: в них должно быть приведена полная формулировка каждого задания с указанием индивидуальной части, после которого слово «Решение» с приведением метода решения с промежуточными значениями, в завершении задания должен быть выделен ответ на задание. На последней странице указывается список применяемой литературы.

Образец оформления титульного листа

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"

НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра общенаучных дисциплин

Контрольная работа №1

по дисциплине «Математика»

по теме «Матрицы. Линейные системы. Векторы»

Вариант № 13

Выполнил:

студент гр. АБ-14з
Матрицын А.В

Проверил: Иванов И.И.

Новоуральск 2025

3 Методика оценки достижений

3.1 Для оценки достижений студента используется

балльно-рейтинговая система:

- В *каждом семестре* студент должен выполнить домашнюю контрольную работу из двух частей. После её проверки студент получает баллы (рейтинг)

Код	Вид оценочного средства	Максимальный балл	Зачтённая работа, баллы	Незачёт, баллы
Дз-1 Часть 1	Домашняя контрольная работа (ДКР)	20	11– 20	0 – 10
Дз-1 Часть 2	ДКР	20	11– 20	0 – 10
Э-1	Экзамен	60	26 – 60	0 – 25

- Допуском до зачёта является набранные за семестр 25 баллов при зачтённой *каждой части* контрольной работы. При недопуске студент исправляет ошибки в своей работе либо выполняет дополнительные задания для набора не менее 25 баллов;
- На зачёте в каждом билете имеется по 6 практических задач, каждая оценивается по 10 баллов, на их выполнение даётся 2 часа. Допускается использование дополнительной литературы;
- При наборе на зачёте менее 26 баллов зачёт является несданным и выставляется неудовлетворительная оценка (независимо от набранных в семестре баллов);
- Оценкой за семестр является общий суммарный рейтинг в виде суммы баллов, накопленных за семестр, и полученных на экзамене. Оценка выставляется при наборе не менее 60 баллов с указанием этой суммы и соответствующей оценки.

Оценка по 5 бальной шкале	Зачет	Сумма баллов по дисциплине	Оценка (ECTS)	Градация
5 (отлично)	Зачтено	90-100	A	Отлично
4 (хорошо)		85-89	B	Очень хорошо
		75-84	C	Хорошо
		70-74	D	Удовлетворительно
65-69				
3 (удовлетворительно)		60-64	E	Посредственно
2 (неудовлетворительно)	Не зачтено	Ниже 60	F	Неудовлетворительно

3.2 Вопросы зачёта

1. Определение матриц, их сравнение, транспонирование, умножение на число, сумма и разность, произведение матриц.
2. Определители второго и третьего порядка: определение, правило вычисления и основные свойства. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента, раскрытие определителя по строке или столбцу.
3. Общее определение определителя n -го порядка. Задача о расстановке ладей на шахматной доске. Вычисление определителя четвертого порядка.
4. Обратная матрица: определение, теорема о существовании обратной матрицы (способ нахождения A^{-1}), проверка полученного результата.
5. Система линейных уравнений, определение ее решения. Метод Крамера нахождения решений линейной системы. Теорема Крамера. Матричная запись линейной системы. Матричный метод нахождения решения линейной системы.
6. Метод Гаусса и Жордана-Гаусса решения линейной системы. Случаи единственного решения, множества решений и отсутствия решений.
7. Однородная линейная система, существование ее нетривиального решения, базисные и свободные переменные при этом.
8. Скалярные и векторные величины. Способы задания векторов. Действия над векторами (графически): сравнение, умножение на число, сумма и разность. Основные свойства действий над векторами.
9. Линейная зависимость системы векторов. Размерность векторного пространства (прямой, плоскости, пространства). Аффинный базис, аффинные координаты вектора, нахождение их геометрически.
10. Скалярное произведение векторов: определение, основные свойства. Косинус угла между векторами. Модуль вектора. Проекция вектора на ось.
11. Декартова система координат, базисные векторы. Декартовы координаты вектора, запись вектора через базисные. Связь точек и векторов. Сравнение, умножение на число, сумма, разность векторов в координатной форме.
12. Скалярное произведение векторов в декартовых координатах. Модуль вектора, расстояние между точками и угол между векторами в координатной форме.
13. Правая тройка векторов. Векторное произведение: определение и основные свойства, геометрический смысл, синус угла между векторами.
14. Векторное произведение двух векторов в координатной форме. Площадь треугольника, заданного координатами вершин с помощью векторного произведения.
15. Смешанное произведение: определение, основные свойства и правило вычисления в координатной форме, геометрический смысл, проверка линейной зависимости.
16. Способы задания линии на плоскости, поверхности и линии в пространстве по Декарту и Жордану. Полярная система координат.

17. Уравнения прямой на плоскости: векторное, параметрическое, через две точки, каноническое, с угловым коэффициентом, общее, в отрезках и нормальное. Связь направляющего и нормального векторов прямой.
18. Взаимное расположение двух прямых на плоскости (по уравнениям), параллельность, перпендикулярность, точка пересечения. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Проекция точки на прямую.
19. Уравнения плоскости в пространстве: векторное, параметрическое, через три точки (точку и два направляющих вектора), общее в отрезках и нормальное.
20. Связь нормального и направляющих векторов плоскости. Взаимное расположение плоскостей (параллельность, совпадение, пересечение, перпендикулярность) по уравнениям. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.
21. Уравнения прямой в пространстве: векторное, параметрическое, по двум точкам, каноническое, общее, через проектирующие плоскости.
22. Взаимное расположение прямой и плоскости: параллельность, пересечение, перпендикулярность, проекция точки на плоскость, симметрия точки относительно плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
23. Взаимное расположение двух прямых в пространстве по уравнениям: пересечение (точка пересечения), параллельность (расстояние), скрещивание (наименьшее расстояние).
24. Эллипс: определение, каноническое уравнение, свойства, построение.
25. Гипербола: определение, каноническое уравнение, свойства, построение.
26. Парабола: определение, каноническое уравнение, свойства, построение.
27. Общее уравнение линии второго порядка, приведение к каноническому уравнению по общему (при отсутствии $xу$) выделением полных квадратов.
28. Директориальное свойство эллипса и гиперболы, правило нахождения их канонического уравнения.
29. Нахождение уравнения окружности по трем точкам.
30. Классификация линий второго порядка на плоскости. Цилиндрические и конические сечения.
31. Канонические уравнения и эскизы поверхностей второго порядка: эллипсоида, гиперболоидов, параболоидов.
32. Линейчатые поверхности (гиперболоид и параболоид). Цилиндрические и конические поверхности. Классификация поверхностей второго порядка.
33. Основы модели Леонтьева межотраслевого баланса: матрица коэффициентов прямых затрат, МОБ в количественном и стоимостном выражении, нахождение валового продукта при заданном чистом продукте.

3.3 ПРИМЕР зачётного задания

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Новоуральский технологический институт

Кафедра высшей математики

Направление подготовки – 15.03.05

Профиль – «Технология машиностроения» (КМ-15к)

Квалификация (степень) выпускника – академический бакалавр

Форма обучения – Очно-заочная

Дисциплина – МАТЕМАТИКА, 1 СЕМЕСТР

Зачётное задание. Вариант №1

1) Вычислить $A \cdot (2B - C^T)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

2) Найти решение системы
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 6 \\ 3x - y - 2z = 5 \\ x + 2z + y = 3 \end{cases}$$
 двумя способами

3) Даны векторы $\vec{a} = (1; -5; -1)$, $\vec{b} = (5; -4; 2)$, $\vec{c} = (2; 3; 4)$.

Найти $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{c} - 3\vec{b})$

4) Найти уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от прямой $x=1$ и точки $F(-5;1)$. Построить эту линию.

5) В пирамиде ABCD с вершинами $A=(-4; 2; 6)$, $B=(2; -3; 0)$, $C=(-10; 5; 8)$, $D=(-5; 2; -4)$ найти уравнение плоскости, проходящей через D параллельно плоскости ABC.

6) Изобразить линию, заданную уравнением $98 + 8x^2 - 16x + 18y^2 - 108y = 0$.

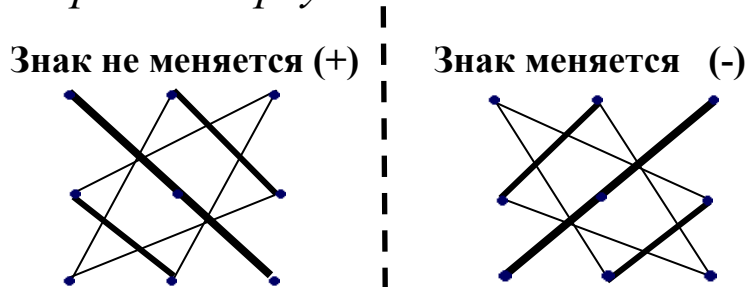
Составил: _____ Орлов Ю.В.

Зав. Кафедрой: _____ Носырев Н.А.

05.01.2025
Новоуральск

4 Справочник

- Равенство матриц $A_{m \times n} = B_{k \times p} \Leftrightarrow \begin{cases} m = k, n = p, \\ a_{ij} = b_{ij} \text{ при } 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n; \end{cases}$
- Транспонирование матрицы $(\| a_{i,j} \|)^T = \| a_{j,i} \|$;
- Сумма матриц $A_{m \times n} + B_{m \times n} = \| a_{ij} + b_{ij} \|$;
- Умножение матрицы на число $\alpha \cdot A = \| \alpha \cdot a_{ij} \|$;
- Произведение матриц $A_{m \times n} \cdot B_{n \times p} = C_{m \times p}$, $c_{ij} = \sum_{t=1}^n a_{it} \cdot b_{tj}$;
- Единичная матрица $E_{n \times n} = \| e_{ij} \|$, $e_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j \\ 0 & \text{при } i \neq j \end{cases} \quad 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$;
- Определитель второго порядка $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$;
- Определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}$;
- *Правило треугольников*



- Алгебраическое дополнение элемента $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$;
- Раскрытие определителя по i -й строке

$$|A| = a_{i1} \cdot A_{i1} + a_{i2} \cdot A_{i2} + \dots + a_{in} \cdot A_{in} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot A_{ik},$$

- Раскрытие определителя по j-му столбцу

$$|A| = a_{1j} \cdot A_{1j} + a_{2j} \cdot A_{2j} + \dots + a_{nj} \cdot A_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot A_{kj};$$

- $i \neq t \Rightarrow a_{i1} \cdot A_{t1} + a_{i2} \cdot A_{t2} + \dots + a_{in} \cdot A_{tn} = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot A_{tj} = 0;$

- Факториал числа $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, \quad (n+1)! = n! \cdot (n+1), \quad 0! = 1;$

- Обратная для A матрица $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E;$

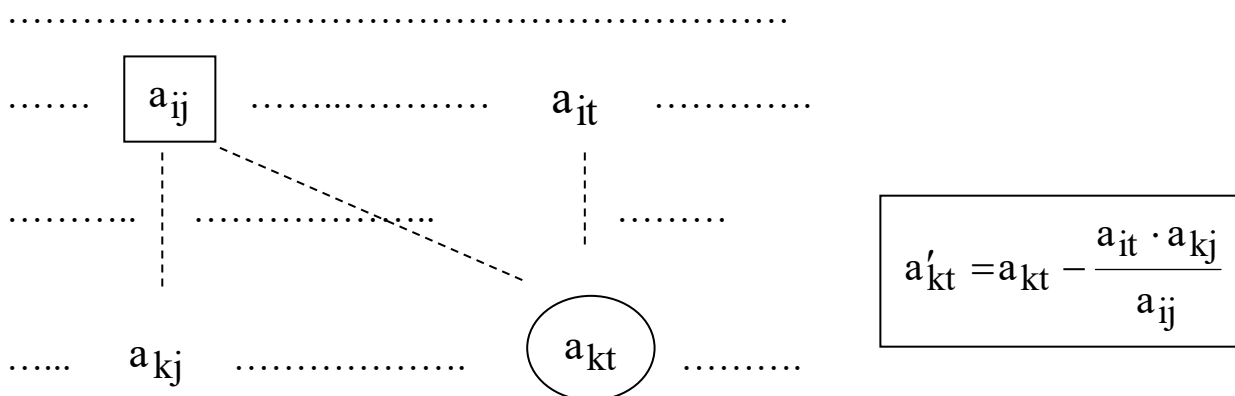
- Нахождение обратной матрицы $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \|A_{ij}\|^T;$

- Матричная запись линейной системы $A \cdot X = B;$

- Метод Крамера $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad 1 \leq i \leq n;$

- Матричный метод решения линейной системы $X = A^{-1} \cdot B;$

- Пересчет элемента a_{kt} расширенной матрицы системы при разрешающем элементе a_{ij}



- Скалярное произведение векторов $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos(\varphi)$;
- Проекция вектора на ось $\text{пр}_l \bar{a} = |\bar{a}| \cdot \cos(\bar{a} \wedge l)$;
- Декартов базис, если $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_j = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j \\ 1 & \text{при } i = j \end{cases}$;
- Если даны векторы $\bar{a} = (x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n)$ и $\bar{b} = (y_1 ; y_2 ; \dots ; y_n)$,
то для них:
 - 1) равенство $\bar{a} = \bar{b} \Leftrightarrow (x_1 = y_1, x_2 = y_2, \dots, x_n = y_n)$;
 - 2) сумма $\bar{a} + \bar{b} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$;
 - 3) умножение на число $\lambda \cdot \bar{a} = (\lambda \cdot x_1 ; \lambda \cdot x_2 ; \dots ; \lambda \cdot x_n)$;
 - 4) скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n$;
 - 5) модули $|\bar{a}| = \sqrt{(x_1)^2 + (x_2)^2 + \dots + (x_n)^2}$ $|\bar{b}| = \sqrt{(y_1)^2 + (y_2)^2 + \dots + (y_n)^2}$;
 - 6) ортогональность: Если $\bar{a} \neq 0$ $\bar{b} \neq 0$ и $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$ то $\bar{a} \perp \bar{b}$;
 - 7) косинус угла $\cos(\bar{a} \wedge \bar{b}) = \frac{x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n}{\sqrt{(x_1)^2 + (x_2)^2 + \dots + (x_n)^2} \cdot \sqrt{(y_1)^2 + (y_2)^2 + \dots + (y_n)^2}}$;
 - 8) $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_n}{y_n} \Rightarrow$ векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ коллинеарны.
- Для точек $A = (x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n)$ и $B = (y_1 ; y_2 ; \dots ; y_n)$
 - 1) вектор $\overline{AB} = (y_1 - x_1 ; y_2 - x_2 ; \dots ; y_n - x_n)$
 - 2) расстояние $|\overline{AB}| = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + \dots + (y_n - x_n)^2}$
 - 3) середина $x_1^0 = \frac{x_1 + y_1}{2}$, $x_2^0 = \frac{x_2 + y_2}{2}$, ..., $x_n^0 = \frac{x_n + y_n}{2}$.
- Модуль векторного произведения $|\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \sin(\bar{a} \wedge \bar{b})$;
- Векторное произведение базисных векторов декартова базиса $(\bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$

$$\begin{aligned} \bar{i} \times \bar{i} &= 0 & \bar{i} \times \bar{j} &= \bar{k} & \bar{i} \times \bar{k} &= -\bar{j} \\ \bar{j} \times \bar{i} &= -\bar{k} & \bar{j} \times \bar{j} &= 0 & \bar{j} \times \bar{k} &= \bar{i} \\ \bar{k} \times \bar{i} &= \bar{j} & \bar{k} \times \bar{j} &= -\bar{i} & \bar{k} \times \bar{k} &= 0 ; \end{aligned}$$
- Площадь треугольника ABC $S_{ABC} = \frac{|\overline{AB} \times \overline{AC}|}{2} = \frac{|\overline{BA} \times \overline{BC}|}{2} = \frac{|\overline{CA} \times \overline{CB}|}{2}$;

- Векторное произведение в координатной форме $\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix};$

- $\sin(\bar{a} \wedge \bar{b}) = \frac{|\bar{a} \times \bar{b}|}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|} = \frac{\sqrt{(y_1 \cdot z_2 - z_1 \cdot y_2)^2 + (x_1 \cdot z_2 - z_1 \cdot x_2)^2 + (x_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot x_2)^2}}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}};$

- Двойное векторное произведение $(\bar{a} \times \bar{b}) \times \bar{c} = \bar{b} \cdot (\bar{a} \cdot \bar{c}) - \bar{a} \cdot (\bar{b} \cdot \bar{c});$

- Смешанное произведение $(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix};$

- $V_{нар-да} = |(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}| \quad V_{нир.} = \frac{|(\bar{a} \times \bar{b}) \cdot \bar{c}|}{6};$

- Декартовы координаты по полярным $\begin{cases} x = r \cdot \cos(\varphi) \\ y = r \cdot \sin(\varphi) \end{cases};$

- Полярные координаты по декартовым $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \begin{cases} \cos(\varphi) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \sin(\varphi) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases};$

- Уравнения прямой на плоскости:

- Общее $A \cdot x + B \cdot y + C = 0;$

- По двум точкам $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \end{vmatrix} = 0;$

- Каноническое $\frac{x - x_0}{\alpha} = \frac{y - y_0}{\beta};$

- С угловым коэффициентом $y = k \cdot x + b, \quad y - y_0 = k \cdot (x - x_0);$

- В отрезках $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1;$

- Нормальное $\cos(\varphi_1) \cdot x + \cos(\varphi_2) \cdot y = p,$

где $\cos(\varphi_1) = \pm \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, $\cos(\varphi_2) = \pm \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, $p = \mp \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$;

7) Параметрическое $\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha \cdot t \\ y(t) = y_0 + \beta \cdot t \end{cases}$, t – параметр.

Во всех уравнениях $M(x; y)$, $M_0(x_0; y_0)$, $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$ – точки прямой,
 $\bar{n} = (A; B)$ – нормальный вектор,
 $\bar{e} = (\alpha; \beta)$ – направляющий вектор, $\bar{n} \cdot \bar{e} = 0$.

• Пересечение прямых – решение системы $\begin{cases} A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 = 0 \\ A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 = 0 \end{cases}$;

• Угол между прямыми из условия $\cos(\varphi) = \frac{|A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2|}{\sqrt{(A_1)^2 + (B_1)^2} \cdot \sqrt{(A_2)^2 + (B_2)^2}}$;

• Расстояние от точки до прямой $d = \frac{|A \cdot x + B \cdot y + C|}{\sqrt{(A_1)^2 + (B_1)^2}}$;

• Уравнения плоскости в пространстве

1) Общее $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$;

2) По трём точкам $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$;

3) В отрезках $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$;

4) Нормальное $\cos(\varphi_1) \cdot x + \cos(\varphi_2) \cdot y + \cos(\varphi_3) \cdot z = p$,

где $\cos(\varphi_1) = \pm \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, $\cos(\varphi_2) = \pm \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$,

$\cos(\varphi_3) = \pm \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, $p = \mp \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$;

5) Параметрическое $\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha_1 \cdot t + \alpha_2 \cdot p \\ y(t) = y_0 + \beta_1 \cdot t + \beta_2 \cdot p \\ z(t) = z_0 + \gamma_1 \cdot t + \gamma_2 \cdot p \end{cases}$, t, p – параметры.

• Уравнения прямой в пространстве

1) Общее
$$\begin{cases} A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + D_1 = 0 \\ A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 \cdot z + D_2 = 0 \end{cases};$$

2) В проектирующих плоскостях
$$\begin{cases} A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + D_1 = 0 \\ B_2 \cdot y + C_2 \cdot z + D_2 = 0 \end{cases};$$

3) Параметрическое
$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha \cdot t \\ y(t) = y_0 + \beta \cdot t \\ z(t) = z_0 + \gamma \cdot t \end{cases}, \quad t - \text{параметр};$$

4) Каноническое
$$\frac{x - x_0}{\alpha} = \frac{y - y_0}{\beta} = \frac{z - z_0}{\gamma};$$

5) По двум точкам
$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

• Расстояние от точки до плоскости
$$d = \frac{|A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}};$$

• Угол между прямой и плоскостью
$$\sin(\varphi) = \frac{|\vec{e}_{\text{прям}} \cdot \vec{n}_{\text{плоск}}|}{|\vec{e}_{\text{прям}}| \cdot |\vec{n}_{\text{плоск}}|}.$$

• Уравнение эллипса :

1) Каноническое
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1,$$

a, b – полуоси, $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ – фокусное расстояние, $(x_0; y_0)$ – центр;

2) Параметрическое
$$\begin{cases} x(t) = x_0 + a \cdot \cos(t) \\ y(t) = y_0 + b \cdot \sin(t) \end{cases} \quad t - \text{параметр (угол)};$$

• Уравнение гиперболы:

1) Каноническое
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1,$$

a, b – полуоси, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ – фокусное расстояние, $(x_0; y_0)$ – центр;

2) Параметрическое
$$\begin{cases} x(t) = x_0 + a \cdot \text{ch}(t) \\ y(t) = y_0 + b \cdot \text{sh}(t) \end{cases} \quad t - \text{параметр (угол)};$$

где $\text{sh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$ - гиперболический синус,

$\text{ch}(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$ - гиперболический косинус;

- Уравнение параболы $(y - y_0)^2 = \pm 4p \cdot (x - x_0)$,
либо $(x - x_0)^2 = \pm 4p \cdot (y - y_0)$;

- Всякая поверхность второго порядка является одной из перечисленных:

1) Эллипсоид $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} + \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 1$;
(или сфера при $a=b=c=R$)

2) Гиперболоид

2.1 Однополостный $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 1$;

2.2 Двуполостный $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = -1$;

3) Параболоид

3.1 Эллиптический $\pm (z - z_0) = \frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2}$;

3.2 Гиперболический $\pm (z - z_0) = \frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2}$;

4) Конус второго порядка $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 0$;

5) Цилиндрическая поверхность (отсутствие одной или двух переменных);

6) Пара пересекающихся плоскостей $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 0$;

7) Пара параллельных плоскостей $(x - x_0)^2 = a^2$;

8) Пара совпавших плоскостей $(x - x_0)^2 = 0$;

9) Точка $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} + \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 0$;

10) Мнимая поверхность $\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} + \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = -p^2$.

5 Рекомендуемая литература

5.1 Основная литература:

1. **517(075) Ш 63**

Шипачев, В. С. Высшая математика : учеб. пособие для бакалавров / В. С. Шипачев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, **2012**. - 447 с. - (Бакалавр, Базовый курс). - Рек. М-вом образования и науки РФ. - ISBN 978-5-9916-2031-4 : 316-91.

Кол-во экземпляров: всего - **10**

2. **517(075) Б 74**

Богомолов Н. В. Математика : учеб. для бакалавров / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, **2013**. - 396 с. - (Бакалавр, Базовый курс). - Допущено М-вом образования и науки РФ. - ISBN 978-5-9916-2568-5 : 336-55.

Кол-во экземпляров: всего - **15**

3. **Фролов С.В.** Высшая математика [*Электронный ресурс*]: учеб. пособие / Фролов С.В., Багаутдинова А.Ш.— [*Электрон. текстовые данные*].— СПб.: ГИОРД, **2012**.— 616 с.— Режим доступа: ЭБС «IPRbooks», по паролю

4. **Туганбаев А. А.** Основы высшей математики : учеб. пособие для ВПО/А. А. Туганбаев. - 1-е изд. [*Электронный ресурс*] — СПб. : Лань, **2011**. — 491 с. - Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»

5.2 Дополнительная литература:

5. **51(075) А 72**

Антонов В. И. Элементарная математика для первокурсника : учеб. пособие / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. - СПб. : Лань, 2013. - 112 с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - Библиогр.: с. 99. - ISBN 978-5-8114-1413-0 : 267-52.

6. **517 (075) Б 90**

Бугров Я. С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : [учеб. пособие : в 3 т.] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский ; под ред. В. А. Садовниченко. - 6-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2004. - 288 с. : ил. - (Высшее образование, Современный учебник). - Предм. указ.: с. 282. - Рек. М-вом образования РФ для вузов. - ISBN 5-7107-8421-4 (т. 1) : 123-75. - ISBN 5-7107-8420-6.

Кол-во экземпляров: всего - **25**

7. **517(075) Д 17**

Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М. : Оникс 21 век : Мир и Образование, 2003. - 416 с. : ил. - С решениями. - ISBN 5-329-00528-0 : 72-00. - ISBN 5-94666-009-8 : 65-00. - ISBN 5-329-00327-X.

Кол-во экземпляров: всего - **52**

8. **517 3-17**

Зайцев И. А. Высшая математика : [учеб.пособие] / И. А. Зайцев. - 4-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2005. - 398 с. : ил. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 392. - Рек. М-вом образования РФ для с.-х. вузов. - ISBN 5-7107-9071-0 : 146-85. Кол-во экземпляров: всего - 25

5.3 Методическое обеспечение

9. Орлов Ю.В. «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»
учебное пособие

часть 1 «Матричное исчисление. Решение систем линейных уравнений» 64 с.

часть 2 «Векторное исчисление» 72 с.

– Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ 2013.

10. Орлов Ю.В. «Руководство к решению контрольной работы «Матрицы и решение линейных систем» по разделу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»». Учебно-методическое пособие по курсу «Высшая математика» для всех специальностей заочной формы обучения.

– Новоуральск, изд. НГТИ – 20 с.

11. Золотарёв А.П. «Матрицы, действия над ними, определители матриц, решение систем уравнений матричным способом и методом Гаусса». – Учебно-методическое пособие по курсу «Высшая математика». – Новоуральск: НГТИ, 2005. – 42 с.,

5.4 Информационное обеспечение (включая перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»)

1 <http://nsti.ru>

2 научная библиотека e-librari

3 ЭБС «Лань»

4 ЭБС «IPRbooks»

ДЛЯ ЗАМЕТОК:

Орлов Ю.В. Учебно-методический комплекс (УМК) дисциплины
«Математика, 1 семестр» для бакалавров очно-аочной формы
обучения профиля 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение
машиностроительных производств.
– Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ, 2024. – 40 с.

Макет подготовлен на кафедре ОНД НТИ НИЯУ МИФИ

Подписано в печать _____ Формат А5 Гарнитура

Печать плоская. Усл-печ. л. _____ Тираж _____ экз. Заказ _____

Издательство Новоуральского технологического института НИЯУ МИФИ,
624130, г. Новоуральск, ул. Ленина 85, НТИ НИЯУ МИФИ