

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Степанов Павел Иванович
Должность: Руководитель НТИ НИЯУ МИФИ
Дата подписания: 26.02.2026 11:10:02
Уникальный программный ключ: "Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"
8c65c591e26b2d8e460927740cf752622aa3b295

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра общенаучных дисциплин

УТВЕРЖДЕНА

Ученым советом НТИ НИЯУ МИФИ

Протокол №3 «24 апреля» 2023 г.

Рабочая программа

учебной дисциплины

"Теория функции комплексной переменной"

(четвёртый семестр)

Направление подготовки	—	09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
Профиль	—	«Автоматизированные системы обработки информации и управления»
Квалификация (степень) выпускника	—	академический бакалавр
Форма обучения	—	Очная

г. Новоуральск, 2022

Объем учебных занятий в часах:

Семестр	4
Трудоемкость, ЗЕТ	3
Трудоемкость, ч.	108
Аудиторные занятия, в т.ч.:	48
- лекции	16
- практические занятия	32
Самостоятельная работа	60
	Зачет

Учебную программу составил ст. преподаватель кафедры высшей математики НТИ НИЯУ МИФИ Орлов Юрий Владимирович

СОДЕРЖАНИЕ

1	Цели освоения учебной дисциплины.....	4
2	Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО	4
3	Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине и их соотношение с планируемыми результатами освоения образовательной программы	5
4	Структура и содержание учебной дисциплины	
	4.1 Структура учебной дисциплины	7
	4.2 Содержание дисциплины	8
5	Информационно-образовательные технологии.....	11
6	Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	12
7	Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины	13
8	Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины	15

Рабочая программа составлена в соответствии с Образовательным стандартом высшего образования Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», квалификация (степень) академический бакалавр, утвержденный **ученым советом** университета и **рабочим учебным планом (РУП)** по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления»,

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория функции комплексной переменной» относится

к циклу математических дисциплин, она даёт основные понятия и методы при изучении многих спецдисциплин по специальности «Автоматизированные системы обработки информации и управления». Целью освоения учебной дисциплины также является воспитание достаточно высокой математической культуры, развитие у студентов широкого кругозора в области математики и умения использовать математические методы и основы математического моделирования для решения практических задач.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В соответствии с кредитно-модульной системой подготовки бакалавров по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» учебная дисциплина «Теория функции комплексной переменной» в Рабочем учебном плане (РУП) имеет индекс Б1.О.02.07 и в базовой части основного раздела общепрофессионального модуля относится к Обязательным дисциплинам.

Дисциплина содержит разделы Комплексная переменная, Функции комплексной переменной, Производная и интеграл ФКП, Ряд Фурье, Преобразование Лапласа.

Изучается данная дисциплина в четвёртом семестре одновременно с изучением дисциплины Б1О.02.04 «Теория вероятностей и математическая статистика». При этом применяются знания и умения, полученные в дисциплине «Математика» за все пройденные три семестра: функции одной и нескольких переменных, их производные и интегралы, ряды с действительными элементами, дифференциальные уравнения и их системы.

Знания и умения, полученные в данной дисциплине, необходимы при изучении многих спецкурсов.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ И ИХ СООТНОШЕНИЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Данный раздел устанавливает сквозное соотношение между планируемым результатом (ПР) в данной учебной дисциплине (УД) и образовательной программе (ОП).

3.1. Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине

В результате освоения содержания дисциплины «Теория функции комплексной переменной» студент должен обладать следующими компетенциями (Таблица 1)

Таблица 1 Компетенции, реализуемые при изучении дисциплины

Код компетенции	Компетенции
ОКП-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах
В14	Формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценность избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду
В15	Формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии

3.2. Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

В результате освоения дисциплины «Преобразование Лапласа» студент должен:

Знать:

31 – способы записи и действия с комплексными числами;

32 – способы вычисления значений функций с комплексными переменными;

33 – определение, геометрический смысл производной ФКП и проверку на дифференцируемость;

34 – признаки сходимости рядов с комплексными элементами;

- 35 – основные разложения ФКП в степенной ряд;
 36 – ряд Лорана для ФКП, аналитичность и характер особых точек;
 37 – определение и способы вычисления вычетов ФКП;
 38 – определение и способы вычисления интегралов от ФКП;
 39 – разложения функции в ряд Фурье, преобразования Фурье в различных формах;
 310 – определение и основные свойства преобразования Лапласа.

Уметь:

- У1 – выполнять действия с комплексными числами и функциями от них;
 У2 – вычислять значения производных для ФКП (при их дифференцируемости);
 У3 – раскладывать ФКП в ряд и находить его область сходимости;
 У4 – вычислять вычеты для ФКП в каждой точке;
 У5 – вычислять различные интегралы, включая применение основной теоремы о вычетах;
 У6 – раскладывать функцию в ряд Фурье на заданном промежутке;
 У7 – находить изображения по Лапласу для различных функций и восстанавливать оригинал по изображению;
 У8 – решать дифференциальные уравнения и их системы (задачу Коши) операторным методом;

Владеть:

- В1 – действиями с комплексными числами и функциями от них;
 В2 – навыками вычисления производных и интегралов от ФКП;
 В3 – навыками разложения функций в ряд Лорана;
 В4 – навыками разложения функций в ряд Фурье;
 В5 – навыками нахождения изображений по Лапласу и восстановления их оригиналов;
 В6 – операторным методом решения задач Коши.

3.3. Соотношение планируемых результатов обучения по учебной дисциплине и результатов освоения образовательной программы

Таблица 2

Планируемый результат освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине (ПР ОП)	Планируемый результат обучения по учебной дисциплине (ПР УД)
ОКП-1, УКЕ-1, В14, В15	31 – 310, У1 – У8, В1 – В6

4. Структура и содержание учебной дисциплины

Общий объем дисциплины при очной форме обучения (ОФО) 4 ЗЕТ, 144 ч..

4.1. Структура учебной дисциплины.

Соотношение лекций, практических занятий, лабораторных занятий, с их распределением по учебным неделям семестра, трудоёмкостью в часах, самостоятельной работой и методам контроля по каждому из семестров рассмотрено в п. 4.1.1.

4.1.1 Семестр – 4 Трудоёмкость 4 ЗЕТ, 108 ч., зачет

Таблица 3

№ п/п	Название темы/раздела учебной дисциплины	Неделя семестра	Виды учебных занятий, и их трудоемкость (в часах)				Ссылка на ПР УД	Форма контроля
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Функции комплексной переменной	1-3	2	6		9	31-33, У1, В1	Дз-1
2.	Производная и интеграл от ФКП	4-6	2	6		9	31-38, У1-У5, В1-В3	Дз-2
3.	Ряды Тейлора и Лорана	7-8	2	4		8		
4.	Вычеты функции и их применение	9-10	2	4		8		
5.	Ряд Фурье, интеграл Фурье и преобразования Фурье	11-13	3	4		8	39, У6, В4	Дз-3
6.	Преобразование Лапласа и его свойства	14-16	3	4		9	310, У7-У8, В5-В6	Дз-4
7.	Применение преобразования Лапласа	17-18	2	4		9		
Итого:			16	32		60		
8.	Зачет (3-1)		Контроль 27 ч.					

Дз-1 «Комплексные числа и ФКП»

выдаётся на 2 нед., сдача на 4 нед.,

Дз-2 «Производная ФКП. Вычеты. Интегралы» выдаётся на 4 нед., сдача на 11 нед.,

Дз-3 «Ряд Фурье»

выдаётся на 11 нед., сдача на 14 нед.,

Дз-4 «Преобразование Лапласа»

выдаётся на 14 нед., сдача на 18 нед.

4.2 Содержание дисциплины

Функции комплексной переменной (Л – 2 ч., Пр.– 6 ч.)

1. Комплексная переменная: алгебраическая форма записи и арифметические действия в алгебраической форме, изображение на комплексной плоскости, тригонометрическая и показательная формы записи (способы нахождения модуля и аргумента) и действия над числами в таких формах;
2. Понятие функции и обратной функции комплексной переменной. Однозначные (многозначные) и однолистные функции. Отображение комплексной плоскости, конформные отображения;
3. Линейная функция $f(z)=A \cdot z+B$ как комбинация отображений комплексной плоскости;
4. Виды функций комплексной переменной (ФКП):

Степенная, показательная, корень степени n , экспонента, логарифмическая функция, тригонометрические ($\sin(z)$, $\cos(z)$, $\operatorname{tg}(z)$, $\operatorname{ctg}(z)$), гиперболические функции ($\operatorname{sh}(z)$, $\operatorname{ch}(z)$, $\operatorname{th}(z)$, $\operatorname{cth}(z)$), обобщённая степенная и обобщенная показательная, обратные тригонометрические функции.

Для каждой функции её действительная и мнимая части, модуль и периодичность;

Производная и интеграл от ФКП (Л – 2 ч., Пр.– 6 ч.)

5. Окрестность точки z . Открытая и замкнутая области. Предел и непрерывность ФКП;
6. Дифференцируемость ФКП. Условия Коши-Римана. Аналитичность ФКП. Производные основных функций;
7. Гармонические функции двух переменных. Грмсоничность действительной и мнимой частей ФКП. Восстановление аналитической ФКП по её действительной или мнимой частям.
8. Определение интеграла $\int\limits_{AB} f(z)dz$ от ФКП по дуге АВ как предела интегральных сумм. Свойства интеграла, его запись через действительную и мнимые части ФКП.
9. Интеграл по замкнутому контуру, положительное направление обхода. Теорема Коши для аналитической ФКП в односвязной области. Первообразная для $f(z)$ и формула Ньютона-Лейбница (обобщённая);

Ряды Тейлора и Лорана (Л – 2 ч., Пр.– 4 ч.)

10. Числовой ряд с комплексными элементами, определение и критерии его сходимости;
11. Функциональный ряд с комплексными элементами, его область сходимости. Степенной ряд с комплексными элементами, его радиус и круг сходимости. Единственность разложения;

12. Ряд Тейлора по степеням $z - z_0$ и коэффициенты Тейлора. Разложения Маклорена для e^z , $\cos(z)$, $\sin(z)$, $ch(z)$, $sh(z)$, $(1+z)^m$, $\frac{1}{1-z}$, их области сходимости;
13. Метод подстановки для разложения $f(z)$ в степенной ряд. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложения Маклорена для e^{-z} , $\cos(2z)$, $\frac{1}{(1-z_0)^2}$, $\frac{1}{(1-z_0)^3}$ и т.д.;
14. Ряд Лорана по степеням $z - z_0$, его коэффициенты, кольцо сходимости и связь с рядом Тейлора;
15. Виды особых точек для ФКП. Связь нулей функций и соответствующих полюсов;

Вычеты функции и их применение (Л – 2 ч., Пр. – 4 ч.)

16. Вычет функции как интеграл и как коэффициент ряда Лорана. Вычет функции в точке аналитичности и устранимой особой точке для $f(z)$. Способы вычисления вычетов в полюсах (простых и кратных);
17. Связь вычетов дробно-рациональной функции с её разложением на элементарные дроби;
18. Теорема Коши для многосвязной области (основная теорема о вычетах);

Ряд Фурье, интеграл Фурье и преобразования Фурье (Л – 3 ч., Пр. – 4 ч.)

19. Ряд Фурье: теорема разложимости и о сумме ряда Фурье, коэффициенты ряда на отрезках $[-\pi; \pi]$ и $[-L; L]$, разложение для чётных и нечётных функций и их периодических продолжений на числовую прямую. Частичная сумма ряда Фурье как наложение гармоник;
20. Выведение интеграла Фурье. Косинус и синус преобразования Фурье (прямое и обратное). Таблица преобразований.
21. Экспоненциальная форма записи интеграла Фурье, прямое и обратное преобразования Фурье. Свойства преобразования Фурье.

Преобразование Лапласа и его свойства (Л – 3 ч., Пр. – 4 ч.)

22. Понятие оригинала функции. Изображение по Лапласу $F(p)$ для оригинала $f(t)$. Выведение изображений по Лапласу для функции Хэвисайда и для e^t . Таблица основных изображений по Лапласу.
23. Основные свойства преобразования Лапласа:
- Единственности;
 - Предельное свойство;
 - Линейности;
 - Подобия;
 - Смещения (затухания);

- Запоздывания. Запись оригинала с помощью функций Хэвисайда и нахождение его изображения по Лапласу;
- Изображения периодических и антипериодических оригиналов;
- Дифференцирования оригинала;
- Дифференцирования изображения;
- Интегрирования оригинала;
- Интегрирования изображения;
- Свёртка двух оригиналов и её изображение.

24. Восстановление оригиналов по их изображениям:

- Путём разложения на элементарные дроби и нахождения их изображений;
- Использованием вычетов $\sum_{k=1}^n \operatorname{Res}_{p_k} \left(\frac{A_m(p)}{B_n(p)} \cdot e^{p \cdot t} \right);$
- По теореме о разложении.

Применение преобразования Лапласа (Л – 2 ч., Пр.– 4 ч.)

25. Решение дифференциальных уравнений с начальными условиями операторным методом;
26. Решение систем дифференциальных уравнений с начальными условиями операторным методом;
27. Влияние знаков собственных чисел и начальных условий для системы линейных дифференциальных уравнений на вид интегральной кривой.

5. Информационно-образовательные технологии

В ходе изучения каждого раздела дисциплины сначала преподаватель в виде монолога излагает лекцию по новой теме, после чего переходит к разбору типовых задач в интерактивной форме с участием студентов. Для закрепления изученного материала студент выполняет соответствующее домашнее задание (Дз), п.4.1.1. При его выполнении рекомендуется применять как конспект лекций, так и учебно-методические материалы из приведённого в п.7 списка, сеть Интернет.

В течение семестра проводятся консультации, где преподаватель при личном общении помогает студенту освоить сложные для него темы, метод решения заданных задач.

В конце семестра преподаватель подводит итог и по набранным баллам допускает либо нет студента до зачёта. Средства для контроля и оценки указаны в п.6.

Учебная дисциплина обеспечена учебно-методической документацией и материалами. Её содержание представлено в локальной сети учебного заведения и находится в режиме свободного доступа для студентов. Доступ студентов для самостоятельной подготовки осуществляется через компьютеры дисплейного класса (в стандартной комплектации).

Сборник домашних заданий приведён в **Приложении 1. «Фонд оценочных средств»**. Студенту задания выдаются в электронном виде, вариантом является номер студента в списке группы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для оценки достижений студента используется *балльно-рейтинговая система*:

- В семестре студент должен выполнить четыре домашних контрольных работы (см. таблицу ниже)

Код	Вид оценочного средства	Максимальный балл	Зачтённая работа, баллы	Незачёт, баллы
Дз-1	Домашняя контрольная работа (ДКР)	8	5 – 8	0 – 4
Дз-2	ДКР	12	7 – 12	0 – 6
Дз-3	ДКР	8	5 – 8	0 – 4
Дз-4	ДКР	12	7 – 12	0 – 5
	Аудиторная работа в семестре	10	----	----
З-1	Зачет	60	26 – 60	0 – 25

- Посещаемость и активность на аудиторных занятиях за семестр может принести ещё до 10 баллов;
- Допуском до экзамена является 30 баллов при зачтённой *каждой* контрольной работе;
- Каждое из шести заданий экзаменационного билета (и теоретических и практических, см. ниже) оценивается по 10 баллов, на их выполнение даётся 2 часа;
- Оценкой за семестр является общий суммарный рейтинг в виде суммы баллов, накопленных за семестр, и полученных на экзамене. Оценка выставляется при наборе не менее 60 баллов с указанием этой суммы и соответствующей оценки.

Оценка по 5 бальной шкале	Зачет	Сумма баллов по дисциплине	Оценка (ECTS)	Градация
5 (отлично)	Зачтено	90-100	A	Отлично
4 (хорошо)		85-89	B	Очень хорошо
		75-84	C	Хорошо
		70-74	D	Удовлетворительно
		65-69		
3 (удовлетворительно)		60-64	E	Посредственно
2 (неудовлетворительно)	Не зачтено	Ниже 60	F	Неудовлетворительно

Пример ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Новоуральский технологический институт

Кафедра высшей математики

Направление подготовки

– 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Профиль

– «Автоматизированные системы обработки информации и управления» (ИТ-24д)

Квалификация (степень) выпускника

– академический бакалавр

Форма обучения

– Очная

Дисциплина

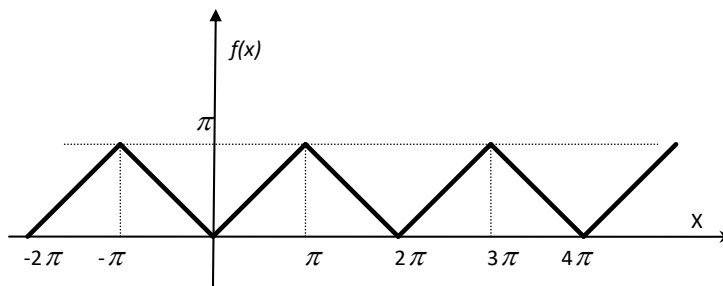
– ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ, 4 семестр

Экзаменационный билет №1

- 1) Сформулировать определение производной функции комплексного переменного и условия Коши-Римана её дифференцируемости; Перечислить производные основных видов функций.
- 2) Сформулировать определение оригинала и его преобразования Лапласа. Перечислить преобразования Лапласа для функций e^{at} , t^n , $\cos(at)$, $\sin(at)$, $e^{at}t^n$, $e^{at}\cos(bt)$, $e^{at}\sin(bt)$.

- 3) Вычислить интеграл от $f(z) = \frac{z+1}{z^2+2z}$ по контуру $|z-2|=6$;

- 4) Заданную графически функцию разложить в ряд Фурье



- 5) Найти изображение по Лапласу для функции

$$f(t) = (3t^2 + 4t - 1) \cdot \chi(t-2)$$

- 6) Операторным методом найти решение задачи Коши

$$a) y'' + y' - 6y = 9 + 18 \cdot x$$

$$\begin{cases} y(0) = 3 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

Составил: _____ Орлов Ю.В.

Зав. Кафедрой: _____ Носырев Н.А.

Новоуральск 2025

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература:

1. 517(075) К 93

Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной.

Лекции и практикум : учеб. пособие / И. М. Петрушко [и др.] ; под ред. И. М. Петрушко. - СПб. : Лань, 2010. - 368 с. : ил. - (Учебники для вузов, Специальная литература). - Библиогр.: с. 357. - ISBN 978-5-8114-1064-4 : 503-36.

Кол-во экземпляров: всего – 15;

- 2. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.М. Петрушко, А.Г. Елисеев, В.И. Качалов [и др.]. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 364 с. — Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»;**
- 3. Карасев, И.П. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2008. — 214 с. — Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»**

7.2 Дополнительная литература:

- 4. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М. : Оникс 21 век : Мир и Образование, 2003. - 416 с. : ил. - С решениями. - ISBN 5-329-00528-0 : 72-00. - ISBN 5-94666-009-8 : 65-00. - ISBN 5-329-00327-X. Кол-во экземпляров: всего – 52;**
- 5. Эйдерман, В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2002. — 255 с. — Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»;**
- 6. Ряды Фурье. Преобразование Фурье [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие. — Электрон. дан. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана (Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана), 2010. — 52 с. — Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»;**

7.3 Методическое обеспечение

- 7. Орлов Ю.В. Сборник заданий для проведения контрольной работы по теме «Ряды Фурье» раздела «Дифференциальные уравнения и ряды» курса «Математика» для студентов специальности 210106 «Промышленная электроника» очной и очно-заочной форм обучения. – Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ, 2012.-32 с.**

7.4 Информационное обеспечение (включая перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»)

1 <http://nsti.ru>

2 научная библиотека e-librari

3 ЭБС «Лань»

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная дисциплина обеспечена учебно-методической документацией и материалами. Её содержание представлено в локальной сети учебного заведения и находится в режиме свободного доступа для студентов. Доступ студентов для самостоятельной подготовки осуществляется через компьютеры дисплейного класса (в стандартной комплектации).

Домашние задания выдаются в электронном виде, студенту необходим либо личный компьютер либо доступ в компьютерный класс института.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению подготовки бакалавров 09.03.01_62 «Информатика и вычислительная техника»

Приложение

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Теория функций комплексной переменной

Содержание

1	Паспорт фонда	
1.1	Область применения	4
1.2	Цели и задачи Ф(.....	4
1.3	Контролируемые	4
1.4	Планируемые результаты обучения : (З), (У), (В)	5
1.5	Промежуточная аттестация по дисциплине	8
1.6	Перечень оценочных средств, используемых для текущей аттестации.....	9
1.7	Расшифровка компетенций через планируемые результаты обучения	10
1.8	Этапы формирования компетенций	10
1.9	Шкала оценки образовательных достижений	12
2	Типовые контрольные задания(примеры)	
2.1	Оценочные средства для текущего контроля	
	Дз-1	11
	Дз-2	13
	Дз-3	14
	Дз-4	16
2.2	Оценочные средства для рубежного контроля	17
2.3	Оценочные средства для промежуточной аттестации:	
2.3.1	Вопросы к зачёту	17
2.3.2	Пример зачётного задания.....	20

1.ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Теория функции комплексной переменной»и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины. ФОС является **Приложением 1** к рабочей программе этой учебной дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ОС НИЯУ МИФИ.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Теория функции комплексной переменной»решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

1.3.Контролируемые компетенции

ОС НИЯУ МИФИ по направлению подготовки 09.03.01_62 «Информатика и вычислительная техника»и рабочая программа дисциплины «Преобразование Лапласа»бакалаврской программы в рамках профиля «Автоматизированные системы обработки информации и управления»предусмотрено формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Компетенции
Общепрофессиональные компетенции	
ОПК-1	Применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретические и экспериментальные исследования в профессиональной деятельности

Код компетенции	Компетенции
УКЕ-1	Использовать знания естественнонаучных и общетехнических дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования и теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах
В14	Формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценность избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду
В15	Формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии

1.4 Планируемые результаты обучения

Поскольку перечисленные компетенции носят интегральный характер, для разработки оценочных средств целесообразно выделить планируемые результаты обучения – знания, умения и навыки, характеризующие этапы формирования компетенций и обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения образовательной программы. Таким образом, в результате освоения дисциплины «Высшая математика» студенты **должны:**

Знать:

Код	Результаты обучения	Показатели оценки результатов
31	способы записи и действия с комплексными числами	- Знание алгебраической, тригонометрической и показательной формы записи комплексного числа; - Знание умножения на действительное число, суммы и разности, сопряжения, произведения и частного комплексных чисел в каждой форме записи;
32	способы вычисления значений функций с комплексными переменными	-Знание определения функции комплексного переменного (ФКП), её действительной и мнимой частей, её графического и физического смысла; -Знание методов вычисления значений основных ФКП: $ z $, $Arg(z)$, z^n , $\sqrt[n]{z}$, e^z , $Ln(z)$, z^ω , $\sin(z)$, $\cos(z)$, $tg(z)$, $sh(z)$, $ch(z)$, $th(z)$, $Arc\sin(z)$, их главные, действительные и мнимые части; - Геометрический смысл линейной функции;

33	определение, геометрический смысл производной ФКП и проверку надифференцируемость	- Знание определения и геометрического смысла производной для ФКП; - Знание примеров недифф-х ФКП; - Знание гармоничности действительной и мнимой частей дифф-й ФКП, условие Коши-Римана, восстановление дифф-й ФКП по её действительной или мнимой части;
34	признаки сходимости рядов с комплексными элементами	- Знание определений сходимости, абсолютной и условной сходимостей рядов с комплексными элементами; - Знание критериев сходимости числовых рядов; - Знание равномерной сходимости функциональных рядов;
35	основные разложения ФКП в степенной ряд	- Знание понятий степенных рядов, методов нахождения их радиусов и кругов сходимости; - Знание разложений основных функций в степенной ряд – формул Маклорена и их кругов сходимости
36	ряд Лорана для ФКП, аналитичность и характер особых точек	- Знание общего вида ряда Лорана, его главной и правильной частей; - Знание классификации точек аналитичности и особых точек для ФКП по виде ряда Лорана; - Знание метода разложения ФКП в ряд Лорана и нахождения его кольца сходимости;
37	определение и способы вычисления вычетов ФКП	- Знание определения и методов вычисления вычета ФКП в точках различного вида; - Знание связи вычетов и коэффициентов разложения дробно-рациональной функции в сумму элементарных;
38	определение и способы вычисления интегралов от ФКП	- Знание определения и методов вычисления интеграла по дуге от ФКП; - Знание методов вычисления интеграла по замкнутой дуге, теоремы Коши о его связи с аналитичностью и с вычетами (основной теоремы о вычетах); - Знание леммы Жордана и её применение к вычислению интегралов; - Знание способа вычисления интегралов от действительной функции сведением к интегралу от ФКП, вычисления несобственных интегралов;
39	разложения функции в ряд Фурье, преобразования Фурье в различных формах	- Знание общего вида ряда Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ и $[-L; L]$, способов вычисления его коэффициентов; - Знание теоремы о разложении функции в ряд Фурье и о сумме этого ряда; - Ряд Фурье для чётных, нечётных, периодических функций и на половине периода; - Знание видов записи интеграла Фурье, синус и

		косинус-преобразований и экспоненциального преобразования Фурье;
310	определение и основные свойства преобразования Лапласа	- Знание основных свойств преобразования Лапласа: • Единственность; • Предельное свойство; • Линейности; • Подобия; • Смещения (затухания); • Запоздывания. Запись оригинала с помощью функций Хэвисайда и нахождение его изображения по Лапласу; • Изображения периодических и антипериодических оригиналов; • Дифференцирования оригинала; • Дифференцирования изображения; • Интегрирования оригинала; • Интегрирования изображения; • Свёртка двух оригиналов и её изображение. • Восстановление оригиналов по их изображениям; - Знание таблицы преобразований Лапласа для основных функций; - Знание операторного метода решения задачи Коши для ДУ и их систем.

Уметь:

Код	Результаты обучения	Показатели оценки результатов
У1	выполнять действия с комплексными числами и функциями от них	- Умение записывать комплексные числа в трёх формах записи; - Умение выполнять действия с комплексными числами; - Умение вычислять значения основных ФКП, выделять их главные части;
У2	вычислять значения производных для ФКП (при их дифференцируемости)	- Умение проверять условие Коши-Римана; - Умение вычислять значения производных для ФКП и находить коэффициент сжатия и угол поворота в окрестности точки;
У3	раскладывать ФКП в ряд и находить его область сходимости	- Умение проверять сходимость числового ряда, абсолютную или условную сходимость; - Умение раскладывать функцию в степенной ряд в окрестности точки аналитичности и находить его круг сходимости; - Умение разложить ФНП в ряд Лорана;
У4	вычислять вычеты для ФКП в каждой точке	- Умение вычислять вычет функции в точке каждого вида;

		- Умение разложить рациональную дробь на сумму элементарных;
У5	вычислять различные интегралы, включая применение основной теоремы о вычетах	- Умение вычислить интеграл по дуге сведением к двум криволинейным интегралам от функций действительного переменного; - Умение находить первообразную для ФКП; - Умение вычислить интеграл по замкнутому контуру с применением теорем Коши; - Умение вычислить интеграл от функций действительного переменного сведением к интегрированию ФКП;
У6	раскладывать функцию в ряд Фурье на заданном промежутке	- Умение раскладывать функцию в ряд Фурье на любом отрезке; - Умение записать три вида преобразования Фурье для функции и по ним интеграл Фурье;
У7	находить изображения по Лапласу для различных функций и восстанавливать оригинал по изображению	- Умение находить изображения по Лапласу и восстанавливать по изображениям оригинал;
У8	решать диф. уравнения и их системы (задачу Коши) операторным методом	- Умение операторным методом решить задачу Коши.

Владеть:

Код	Результаты обучения	Показатели оценки результатов
В1	действиями с комплексными числами и функциями от них	Владение навыками выполнять действия с комплексными числами с любым способом записи и с функциями от них;
В2	навыками вычисления производных и интегралов от ФКП	Владение навыками вычисления производных, вычетов и интегралов от ФКП;
В3	навыками разложения функций в ряд Лорана	Владение навыками разложения в ряд Лорана непосредственно, применяя метод подстановки в стандартные разложения либо сведением к функции с известным разложением;
В4	навыками разложения функций в ряд Фурье	Владение методами разложения функции одного действительного переменного в ряд Фурье на любом конечном промежутке;
В5	навыками нахождения изображений по Лапласу и восстановления их	Владение методами нахождения изображения по Лапласу для основных видов оригиналов и восстановления оригинала по каждому изображению, включая его разложение на элементарные дроби;

	оригиналов	
В6	операторным методом решения задач Коши	Владение операторным методом решения диф.уравнений и их систем при заданных начальных условиях

1.5 Промежуточная аттестация по дисциплине

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Теория функции комплексной переменной» является зачёт.

1.6 Перечень оценочных средств, используемых для текущей аттестации

Семестр	Код	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
4	Дз-1	ДКР «Комплексные числа и ФКП» выдаётся на 2 нед., сдача на 4 нед.	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
	Дз-2	ДКР «Производная ФКП. Вычеты. Интегралы» выдаётся на 4 нед., сдача на 1 нед.	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
	Дз-3	ДКР «Ряд Фурье» выдаётся на 11 нед., сдача на 14 нед.	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
	Дз-4	ДКР «Преобразование Лапласа» выдаётся на 14 нед., сдача на 18 нед.	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
	З-1	Зачёт	Проверка знаний, умений и навыков владения по разделам дисциплины	Комплект заданий зачётной работы

1.7 Расшифровка компетенций через планируемые результаты обучения

Связь между формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения представлена в следующей таблице:

Код	Проектируемые результаты освоения дисциплины и индикаторы формирования компетенций			Средства и технологии оценки
	Знать (З)	Уметь (У)	Владеть (В)	
ОПК-1	31 - 310	У1 – У8	В1 – В6	Дз1 – Дз4, 3-1
УКЕ-1	31 - 310	У1 – У8	В1 – В6	Дз1 – Дз4, 3-1

1.8 Этапы формирования компетенций

Семестр	Темы занятий	Коды компетенций	Знания, умения и навыки	Виды аттестации		
				Текущий контроль – неделя	Рубежный контроль – неделя	Промежуточная аттестация
4	Функции комплексной переменной	ОСПК-1	31-33, У1, В1	Дз-1 2 нед. – 4 нед.	Контроль итогов на 9 неделе	Зачёт
	Производная и интеграл от ФКП		31-38, У1-У5, В1-В3	Дз-2 4 нед. – 11 нед.		
	Ряды Тейлора и Лорана					
	Вычеты функции и их применение					
	Ряд Фурье, интеграл Фурье и преобразования Фурье		39, У6, В4	Дз-3 11 нед. –14 нед		
	Преобразование Лапласа и его свойства		310, У7-У8, В5-В6	Дз-3 14 нед. –18 нед	Контроль итогов на 9 неделе	
	Применение преобразования Лапласа				Контроль итогов на 17 неделе	

1.9 Шкала оценки образовательных достижений

Для оценки достижений студента используется *балльно-рейтинговая система*:

- В семестре студент должен выполнить четыре домашних контрольных работы (см. таблицу ниже)

Код	Вид оценочного средства	Максимальный балл	Зачтённая работа, баллы	Незачёт, баллы
Дз-1	Домашняя контрольная работа (ДКР)	8	5 – 8	0 – 4
Дз-2	ДКР	12	7 – 12	0 – 6
Дз-3	ДКР	8	5 – 8	0 – 4
Дз-4	ДКР	12	7 – 12	0 – 5
	Аудиторная работа в семестре	10	----	----
3-1	Зачёт	60	26 – 60	0 – 25

- Посещаемость и активность на аудиторных занятиях за семестр может принести ещё до 10 баллов;
- Допуском до зачёта является 30 баллов при зачтённой *каждой* контрольной работе;
- Каждое из шести заданий зачёта (см. пример задания ниже) оценивается по 10 баллов, на выполнение даётся 2 часа;
- Оценкой за семестр является общий суммарный рейтинг в виде суммы баллов, накопленных за семестр, и полученных на зачёте. Оценка выставляется при наборе не менее 60 баллов с указанием этой суммы и соответствующей оценки.

Оценка по 5 бальной шкале	Зачет	Сумма баллов по дисциплине	Оценка (ECTS)	Градация
5 (отлично)	Зачтено	90-100	A	Отлично
4 (хорошо)		85-89	B	Очень хорошо
		75-84	C	Хорошо
		70-74	D	Удовлетворительно
65-69				
3 (удовлетворительно)		60-64	E	Посредственно
2 (неудовлетворительно)	Не зачтено	Ниже 60	F	Неудовлетворительно

2. Типовые контрольные задания(примеры) для оценки знаний (З), умений (У) и навыков (В)

2.1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Дз-1 Домашняя контрольная работа
по теме «Комплексные числа и ФКП»
выдаётся на 2 неделе, сдача на 4 неделе

№1 Даны комплексные числа

$$z_1 = a_1 + b_1 \cdot i, z_2 = a_2 + b_2 \cdot i, z_3 = a_3 + b_3 \cdot i, z_4 = a_4 + b_4 \cdot i \quad (\text{см. таблицу}).$$

Для них

1) Найти а) $2(z_1 - 2 \cdot \bar{z}_2) + 3(z_2 + z_3);$

б) $z_1 \cdot z_2;$

в) $z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3);$

г) $\frac{z_1}{z_2}$ (2 балла);

2) Найти произведение матриц с комплексными элементами

$$\begin{pmatrix} z_1 & 2+3 \cdot i \\ z_2 & z_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_4 & z_3 \\ 2-\bar{z}_1 & 2 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ балл});$$

3) Изобразить на комплексной плоскости числа z_1, z_2, z_3 .

Найти их модули и аргументы, записать в тригонометрической и показательной формах (1 балл);

4) Найти решения уравнений

а) $z^2 + b \cdot z + c = 0$ (см. таблицу);

б) $z = (z_4)^4;$

в) $z^4 = (z_4)$ (2 балла);

5) Найти $\sin(z_1 + z_2), \cos(z_1 + z_2), e^{(z_1 + z_2)}, \ln(z_1 + z_2)$ (2 балла).

Вар.	Числа				$z^2 + b \cdot z + c = 0$
	z_1	z_2	z_3	z_4	
1	$z_1 = -1-i$	$z_2 = 1-4i$	$z_3 = -2$	$z_4 = 2-3i$	$z^2 + 4z + 13 = 0$
2	$z_1 = 3+2i$	$z_2 = -1-2i$	$z_3 = -1-5i$	$z_4 = 3-5i$	$z^2 - 10z + 29 = 0$
3	$z_1 = 3-3i$	$z_2 = -1-4i$	$z_3 = -1-5i$	$z_4 = 3-5i$	$z^2 - 6z + 25 = 0$
4	$z_1 = -3i$	$z_2 = 1-4i$	$z_3 = -2i$	$z_4 = 2-2i$	$z^2 + 12z + 40 = 0$

ДЗ-2 Домашняя контрольная работа

по теме «Производная ФКП. Вычеты. Интегралы»

выдаётся на 4 неделе, сдача на 11 неделе

Вариант №1

1) Восстановить аналитическую функцию по её действительной части

$$u(x; y) = 2x - 4y \text{ (2 балла);}$$

2) Найти особые точки функции, определить их характер и в каждой вычислить вычет функции, разложить функцию в ряд Лорана в окрестности одной из особых точек и найти его кольцо сходимости

$$f(z) = \frac{2z}{z^2 + 1} \text{ (4 балла);}$$

3) Вычислить с помощью вычетов

$$3.1) \oint_L \frac{3}{z^3 - z^2 - 6z} dz \quad L: |z| = 2.6 \text{ (2 балла);}$$

$$3.2) \oint_L \frac{dz}{z^4 + 1} \quad L: x^2 + y^2 = 4x \text{ (2 балла);}$$

$$3.3) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3} \text{ (2 балла).}$$

Вариант №2

1) Восстановить аналитическую функцию по её мнимой части

$$v(x; y) = 6x + 4y \text{ (2 балла);}$$

2) Найти особые точки функции, определить их характер и в каждой вычислить вычет функции, разложить функцию в ряд Лорана в окрестности одной из особых точек и найти его кольцо сходимости

$$f(z) = \frac{2}{z^3 - z^2} \text{ (4 балла);}$$

3) Вычислить с помощью вычетов

$$3.1) \oint_L \frac{3}{z^3 + 2z^2 - 8z} dz \quad L: |z| = 3 \text{ (2 балла);}$$

$$3.2) \oint_L \frac{e^z dz}{(z + 2)^4} \quad L: |z - 1| = 4 \text{ (2 балла);}$$

$$3.3) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a \cdot \cos(\varphi) + b} \quad b > a \text{ (2 балла).}$$

ДЗ-3 Домашняя контрольная работа

по теме «Ряд Фурье»

выдаётся на 11 неделе, сдача на 14 неделе

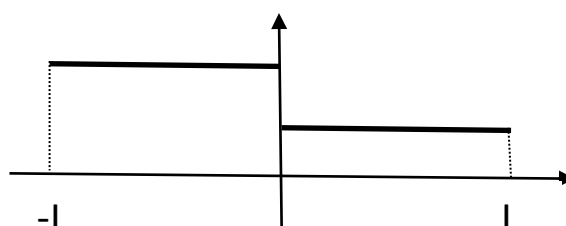
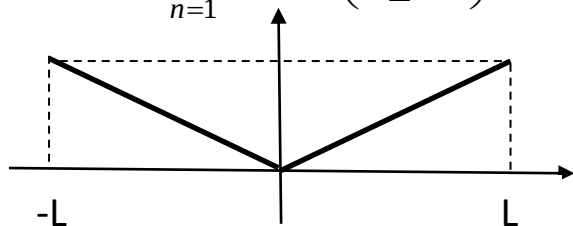
Вариант №1

№1 Для каждой заданной графически функции указать, какой из случаев является верным (с пояснением) (2 балла)

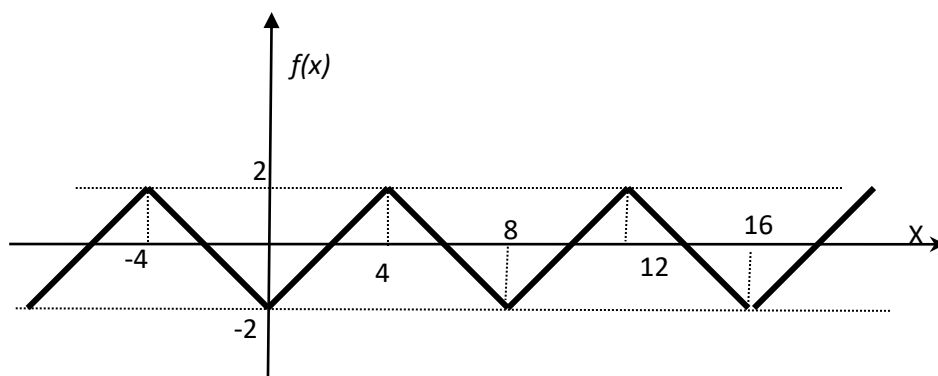
а) $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right) \right);$

б) $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right);$ в) $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right)$

г) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right)$



№2 Записать разложение в ряд Фурье функции, заданной графиком (6 баллов)



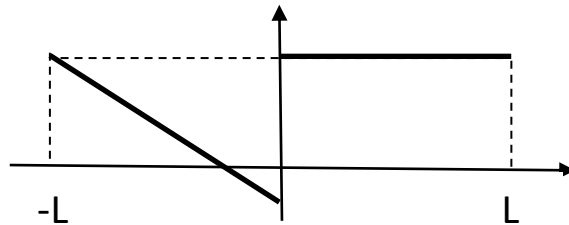
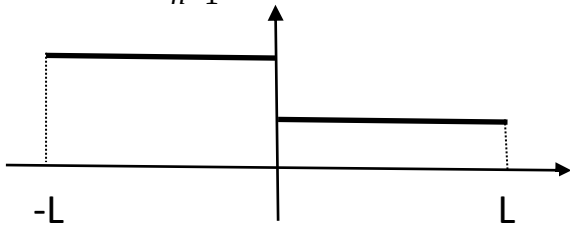
Вариант №2

№1 Для каждой заданной графически функции указать, какой из случаев является верным (с пояснением) (2 балла)

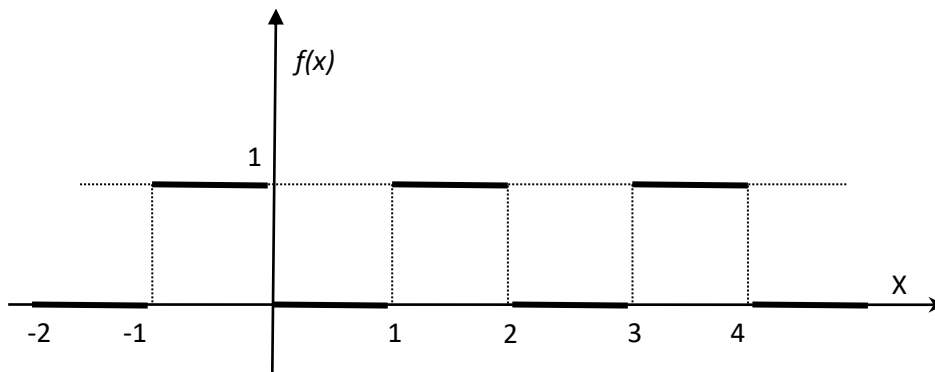
а) $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right) \right);$

б) $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right);$ в) $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right)$

г) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{L} x\right)$



№2 Записать разложение в ряд Фурье функции, заданной графиком (6 баллов)



Дз-4 Домашняя контрольная работа**по теме «Преобразование Лапласа»**

выдаётся на 14 неделе, сдача на 18 неделе

Вариант №1

№1 Найти изображение по Лапласу для функции (2 балла)

$$f(t) = 4 + 2t^5 + t^3 \cdot e^{-2t} + 4t \cdot \cos(3t) - 2sh(2t);$$

№2 Найти оригинал при известном его изображении по Лапласу

$$2.1) F(p) = \frac{p^3 - p - 6}{p^4 + p^3 - 2p^2} \text{ (2 балла);}$$

$$2.2) F(p) = \frac{2p - 7}{p^2 + 4p + 9} + \frac{3p + 1}{p^2 - 6p + 20} \text{ (3 балла);}$$

№3 Операторным методом решить задачу Коши

$$3.1) y'' - 3y' + 2y = \sin(3x), \quad \begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \text{ (2 балла);}$$

$$3.2) \begin{cases} x' + x - y = 0 \\ y' + y + 4z = 0 \\ z' + 4z + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = z(0) = 0 \text{ (3 балла).}$$

Вариант №2

№1 Найти изображение по Лапласу для функции (2 балла)

$$f(t) = 5 + 3t^4 + t^2 \cdot e^{3t} + 4t \cdot \sin(3t) - 2ch(3t);$$

№2 Найти оригинал при известном его изображении по Лапласу

$$2.1) F(p) = \frac{3p^3 - 16p - 12}{p^4 + p^3 - 6p^2} \text{ (2 балла);}$$

$$2.2) F(p) = \frac{2p - 1}{p^2 + 8p + 20} + \frac{3p + 1}{p^2 - p + 2} \text{ (3 балла);}$$

№3 Операторным методом решить задачу Коши

$$3.1) y'' - 3y' + 2y = \sin(3x), \quad \begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \text{ (2 балла);}$$

$$3.2) \begin{cases} x' + x - y = 0 \\ y' + y + 4z = 0 \\ z' + 4z + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = z(0) = 0 \text{ (3 балла).}$$

2.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ РУБЕЖНОГО КОНТРОЛЯ

Рубежный контроль сводится к *контролю итогов* (КИ) на 9 и 17 неделе.

2.3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.3.1 Вопросы к зачёту

Функции комплексной переменной

28. Комплексная переменная: алгебраическая форма записи и арифметические действия в алгебраической форме, изображение на комплексной плоскости, тригонометрическая и показательная формы записи (способы нахождения модуля и аргумента) и действия над числами в таких формах;
29. Понятие функции и обратной функции комплексной переменной. Однозначные (многозначные) и однолистные функции. Отображение комплексной плоскости, конформные отображения;
30. Линейная функция $f(z) = A \cdot z + B$ как комбинация отображений комплексной плоскости;
31. Виды функций комплексной переменной (ФКП):
Степенная, показательная, корень степени n , экспонента, логарифмическая функция, тригонометрические ($\sin(z)$, $\cos(z)$, $\operatorname{tg}(z)$, $\operatorname{ctg}(z)$), гиперболические функции ($\operatorname{sh}(z)$, $\operatorname{ch}(z)$, $\operatorname{th}(z)$, $\operatorname{cth}(z)$), обобщённая степенная и обобщённая показательная, обратные тригонометрические функции.
Для каждой функции её действительная и мнимая части, модуль и периодичность, однозначность (многозначность);

Производная и интеграл от ФКП

32. Окрестность точки z . Открытая и замкнутая области. Предел и непрерывность ФКП;
33. Дифференцируемость ФКП. Условия Коши-Римана. Аналитичность ФКП. Производные основных функций;
34. Гармонические функции двух переменных. Гармоничность действительной и мнимой частей ФКП. Восстановление аналитической ФКП по её действительной или мнимой частям.
35. Определение интеграла $\int_{AB} f(z) dz$ от ФКП по дуге АВ как предела интегральных сумм. Свойства интеграла, его запись через действительную и мнимые части ФКП.
36. Интеграл по замкнутому контуру, положительное направление обхода. Теорема Коши для аналитической ФКП в односвязной области. Первообразная для $f(z)$ и формула Ньютона-Лейбница (обобщённая);

Ряды Тейлора и Лорана

37. Числовой ряд с комплексными элементами, определение и критерии его сходимости;
38. Функциональный ряд с комплексными элементами, его область сходимости. Степенной ряд с комплексными элементами, его радиус и круг сходимости. Единственность разложения;
39. Ряд Тейлора по степеням $z - z_0$ и коэффициенты Тейлора. Разложения Маклорена для e^z , $\cos(z)$, $\sin(z)$, $ch(z)$, $sh(z)$, $(1+z)^m$, $\frac{1}{1-z}$, их области сходимости;
40. Метод подстановки для разложения $f(z)$ в степенной ряд. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложения Маклорена для e^{-z} , $\cos(2z)$, $\frac{1}{(1-z_0)^2}$, $\frac{1}{(1-z_0)^3}$ и т.д.;
41. Ряд Лорана по степеням $z - z_0$, его правильная и главная части, коэффициенты, кольцо сходимости (нахождение обоих радиусов) и связь с рядом Тейлора;
42. Виды особых точек для ФКП. Связь нулей функций и соответствующих полюсов;

Вычеты функции и их применение

43. Вычет функции как интеграл и как коэффициент ряда Лорана. Вычет функции в точке аналитичности и устранимой особой точке для $f(z)$. Способы вычисления вычетов в полюсах (простых и кратных);
44. Связь вычетов дробно-рациональной функции с её разложением на элементарные дроби;
45. Основная теорема о вычетах (вычисление интеграла по замкнутому контуру);

Ряд Фурье, интеграл Фурье и преобразования Фурье

46. Абстрактный ряд Фурье и разложение по нему функции;
47. Ряд Фурье: теорема разложимости и о сумме ряда Фурье, коэффициенты ряда на отрезках $[-\pi; \pi]$ и $[-L; L]$, разложение для чётных и нечётных функций и их периодических продолжений на числовую прямую. Частичная сумма ряда Фурье как наложение гармоник (3 разных вопроса);
48. Интеграл Фурье. Косинус и синус преобразования Фурье (прямое и обратное).
49. Экспоненциальная форма записи интеграла Фурье, прямое и обратное преобразования Фурье, связь с $F_s(\omega)$, $F_c(\omega)$. Свойства преобразования Фурье.

Преобразование Лапласа и его свойства

50. Понятие оригинала функции. Изображение по Лапласу $F(p)$ для оригинала $f(t)$. Выведение изображений по Лапласу для функции Хэвисайда и для e^t . Таблица основных изображений по Лапласу.

51. Основные свойства преобразования Лапласа:

- Линейности;
- Подобия;
- Смещения (затухания);
- Запаздывания. Запись оригинала с помощью функций Хэвисайда и нахождение его изображения по Лапласу;
- Изображения периодических и антипериодических оригиналов;
- Дифференцирования оригинала;
- Дифференцирования изображения;
- Интегрирования оригинала;
- Интегрирования изображения;
- Свёртка двух оригиналов и её изображение;
- Единственности;
- Предельное свойство.

52. Восстановление оригиналов по их изображениям:

- Путём разложения на элементарные дроби и нахождения их изображений;
- Использованием вычетов $\sum_{k=1}^n \operatorname{Res}_{p_k} \left(\frac{A_m(p)}{B_n(p)} \cdot e^{p \cdot t} \right);$
- По теореме о разложении (суммы ряда).

Применение преобразования Лапласа

53. Решение дифференциальных уравнений с начальными условиями операторным методом;

54. Решение систем дифференциальных уравнений с начальными условиями операторным методом;

55. Влияние знаков собственных чисел и начальных условий для системы линейных дифференциальных уравнений на вид интегральной кривой.

2.3.2 ПРИМЕР зачётного задания

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Новоуральский технологический институт

Кафедра высшей математики

Направление подготовки – 09.03.01. 62 «Информатика и вычислительная техника»

Профиль – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»(ИТ-23д)

Квалификация (степень) выпускника – академический бакалавр

Форма обучения – Очная

Дисциплина–Теория функции комплексной переменной

Зсеместр

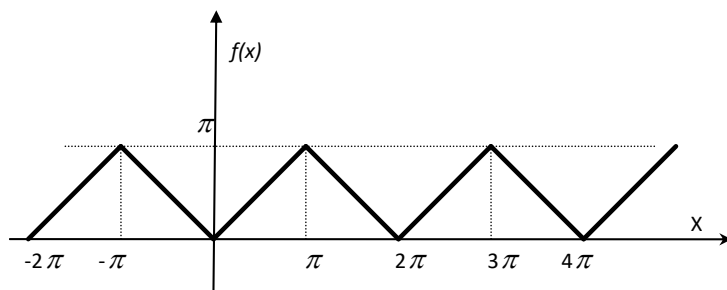
Зачётная работа. Вариант №1

1) Вычислить значение $e^{1-i} + (2+2i)^i$, его действительную, мнимую части и модуль;

2) Функцию $f(z) = \frac{z+1}{z^2+2z}$ разложить в ряд Лорана по степеням $(z+2)$ и найти кольцо его сходимости;

3) Вычислить интеграл от $f(z) = \frac{z+1}{z^2+2z}$ по контуру $|z-2|=6$;

4) Заданную графически функцию разложить в ряд Фурье



5) Найти изображение по Лапласу для функции

$$f(t) = t^3 \cdot e^{-2t} + 4t \cdot \cos(3t) - 2sh(2t)$$

6) Операторным методом найти решение задачи Коши

$$a) y'' + y' - 6y = 9 + 18 \cdot x$$

$$\begin{cases} y(0) = 3 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

Составил: _____ Орлов Ю.В..

Зав. Кафедрой: _____ Носырев Н.А.

20.12.2025

Новоуральск

