

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Степанов Павел Иванович

Должность: Руководитель НТИ НИЯУ МИФИ

Дата подписания: 26.02.2026 13:17:23

Уникальный программный ключ:
8c65c591e26b2d8e460927740cf752622aa3b295

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

"Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"

НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра общенаучных дисциплин

УТВЕРЖДЕНА

Ученым советом НТИ НИЯУ МИФИ

Протокол №1 «03 февраля» 2025 г.

Рабочая программа учебной дисциплины "Теория вероятности и математическая статистика"

(четвёртый семестр)

| | | |
|-----------------------------------|---|--|
| Направление подготовки | — | 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» |
| Профиль | — | «Автоматизированные системы обработки информации и управления» |
| Квалификация (степень) выпускника | — | академический бакалавр |
| Форма обучения | — | Очно-заочная |

г. Новоуральск, 2025

Объем учебных занятий в часах:

| | |
|-----------------------------|---------|
| Семестр | 4 |
| Трудоемкость, ЗЕТ | 4 |
| Трудоемкость, ч. | 144 |
| Аудиторные занятия, в т.ч.: | 52 |
| - лекции | 18 |
| - практические занятия | 34 |
| - Лабораторная работа | - |
| Самостоятельная работа | 47 |
| Контроль | 135 |
| Форма итогового контроля | Экзамен |

Учебную программу составил ст. преподаватель общенаучных дисциплин НТИ НИЯУ МИФИ Орлов Юрий Владимирович

СОДЕРЖАНИЕ

| | | |
|------|---|----|
| 1 | Цели освоения учебной дисциплины..... | 4 |
| 2 | Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО | 4 |
| 3 | Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине и их соотношение с планируемыми результатами освоения образовательной программы | |
| 3.1 | Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине | 5 |
| 3.2. | Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине (З, У, В) | 6 |
| 3.3. | Соотношение планируемых результатов обучения по учебной дисциплине и результатов освоения образовательной программы | 7 |
| 4 | Структура и содержание учебной дисциплины | |
| 4.1 | Структура учебной дисциплины | 8 |
| 4.2 | Содержание дисциплины | 9 |
| 5 | Информационно-образовательные технологии..... | 11 |
| 6 | Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов | 12 |
| 7 | Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины | 14 |
| 8 | Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины | 16 |
| 9 | Дополнения и изменения к рабочей программе | 17 |

Рабочая программа составлена в соответствии с Образовательным стандартом высшего образования Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», (квалификация (степень) академический бакалавр), утвержденный **ученым советом** университета и **рабочим учебным планом (РУП)** по направлению подготовки 09.03.01

«Информатика и вычислительная техника», «Автоматизированные системы обработки информации и управления», от 20.01.2024.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения учебной дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" как раздела математики является воспитание достаточно высокой математической культуры, развитие у студентов широкого кругозора в области математики и умения использовать математические методы и основы математического моделирования для решения практических задач.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В соответствии с кредитно-модульной системой подготовки бакалавров по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» имеет индекс Б1.О.02.04 т.е. входит в базовую часть, является обязательной дисциплиной основного раздела общепрофессионального модуля, относится к Естественно-научному модулю.

Дисциплина содержит разделы Вероятность случайных событий, Распределения случайных величин, Статистика (одномерная) и Корреляция.

Изучается дисциплина в четвёртом семестре. Первые три семестра студенты данной специальности изучают дисциплину Б1.О.02.03 «Математика», в третьем семестре изучается Б1.О.02.05 «Математическая логика и теория алгоритмов», Б1.О.02.06 «Дискретная математика», в четвёртом семестре ещё Б1.О.02.07 «Теория функции комплексной переменной».

Знания и навыки, полученные в данной дисциплине, являются базовыми для дисциплин, использующих статистические методы анализа.

Предшествующий уровень образования обучаемого – изученный курс математического анализа и других разделов дисциплины «Математика» первых трёх семестров.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ по учебной дисциплине и ИХ СООТНОШЕНИЕ с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Данный раздел устанавливает сквозное соотношение между планируемым результатом (ПР) в данной учебной дисциплине (УД) и образовательной программе (ОП).

3.1. Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине

В результате освоения содержания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студент должен обладать следующими компетенциями

Таблица 1 Компетенции, реализуемые при изучении дисциплины

| Код компетенции | Компетенции |
|-----------------|---|
| ОКП-1 | Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. |
| УКЕ-1 | Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах. |
| В14 | Формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценность избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду. |
| В15 | Формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии |

3.2. Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

В результате освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студент должен:

Знать:

- 31 – Действия над событиями и их свойства;
- 32 – Статистическое и классическое определения вероятности события;
- 33 – Основные методы вычисления вероятностей;
- 34 – Способы составления закона распределения ДСВ и нахождения её числовых характеристик;
- 35 – Основные виды распределения ДСВ и их числовые характеристики;
- 36 – Определения и основные свойства функции распределения и плотности распределения НСВ, её числовых характеристик;
- 37 – Основные виды распределений НСВ, графики их плотности распределения, влияние на них параметров распределения, вероятность значения в заданном промежутке;
- 38 – Общий план обработки одномерных статистических данных;
- 39 – Способы анализа корреляционной зависимости и нахождения уравнения регрессии по двумерной выборке методом наименьших квадратов.

Уметь:

- У1–Записать сложное событие через элементарные;
- У2 – Вычислять вероятности случайных событий;
- У3 – Составлять закон распределения ДСВ и находить её числовые характеристики;
- У4– По распределению НСВ находить её числовые характеристики и вероятность значения в заданном промежутке;
- У5 – Обработать одномерные статистические данные: группировать, графически представить, найти числовые характеристики;
- У6 – Проверить статистическую гипотезу по выборочным данным;
- У7 – Найти уравнение линейной регрессии по двумерной выборке с оценкой силы линейной связи;

Владеть:

- В1 – Различными методами вычисления вероятности событий;
- В2 – Методами анализа ДСВ;
- В3 – Методами анализа НСВ;
- В4 – Методами анализа одномерных статистических данных;
- В5 – Способом проверки статистических гипотез;
- В6 – Методами анализа двумерных статистических данных.

3.3. Соотношение планируемых результатов обучения по учебной дисциплине и результатов освоения образовательной программы

Таблица 2

| Планируемый результат освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине (ПР ОП) | Планируемый результат обучения по учебной дисциплине (ПР УД) |
|---|---|
| ОКП-1 | 31–36, У1–У7, В1–В6 |
| УКЕ-1 | 31–36, У1–У7, В1–В6 |
| В14 | 31–36, У1–У7, В1–В6 |
| В15 | 31–36, У1–У7, В1–В6 |

4. Структура и содержание учебной дисциплины

Общий объем дисциплины при очной форме обучения (ОФО) 4 ЗЕТ, 135 ч..

4.1. Структура учебной дисциплины

Соотношение лекций, практических занятий, лабораторных занятий, с их распределением по учебным неделям семестра, трудоёмкостью в часах, самостоятельной работой и методам контроля по каждому из семестров рассмотрено в таблице 3.

Семестр – 4 Трудоёмкость 4 ЗЕТ, 144 ч., ЭКЗАМЕН

Таблица 3

| № п/п | Название темы/раздела учебной дисциплины | Неделя семестра | Виды учебных занятий, и их трудоёмкость (в часах) | | | | Ссылка на ПР УД | Форма контроля |
|--------|--|-----------------|---|----------------------|----------------------|------------------------|---------------------------|----------------|
| | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные занятия | Самостоятельная работа | | |
| 1. | Действия над событиями | 1-2 | 2 | 4 | | 5 | 31-33, У1-У2, В1 | Дз-1 |
| 2. | Вероятность событий | 3-4 | 2 | 4 | | 5 | | |
| 3. | Распределения ДСВ | 5-6 | 2 | 4 | | 5 | 33-35, У2-У3, В1-В2 | Дз-2 |
| 4. | Функция и плотность распределения НСВ | 7-8 | 2 | 4 | | 5 | | |
| 5. | Распределения НСВ | 9-10 | 2 | 4 | | 5 | | |
| 6. | Нормальное распределение | 11-12 | 2 | 4 | | 5 | У4, В3 | АКР-1 |
| 7. | Анализ одномерных выборок | 13-14 | 2 | 4 | | 5 | 38-39, У5-У7, В4-В6 | Дз-3 |
| 8. | Проверка статистических гипотез. Общий план обработки стат.данных | 15-16 | 2 | 4 | | 7 | | |
| 9. | Корреляция | 17-18 | 2 | 2 | | 5 | | АКР-2 |
| Итого: | | | 18 | 34 | | 47 | | |
| 10. | Экзамен | Контроль 27 ч | | | | | | |

Дз-1 «Вероятность событий» выдаётся на 2 нед., сдача на 5нед.,

Дз-2 «Случайные величины» выдаётся на 6 нед., сдача на 13 нед.,

АКР-1 «Нормальное распределение» проводится на 12 нед,

Дз-12 «Статистика. Корреляция» выдаётся на 15нед., сдача на 18 нед.,

4.2 Содержание дисциплины:

1. Понятие испытания и случайного события. Основные виды испытаний и событий. Действия над событиями: равенство, сумма, произведение, противоположное событие (определения и диаграммы) и их основные свойства.
2. Частота и относительная частота события, статистическое определение вероятности события. Свойства вероятности. Понятие исходов испытания, классическое определение вероятности события. Отличие статистического и классического определений вероятности.
3. Элементы комбинаторики: сформулировать определения и вывести способы вычисления чисел перестановок, размещений, сочетаний и их основные свойства.
4. Вывести формулу вероятности суммы совместных и несовместных событий, формулу включения-исключения.
5. Сформулировать определения зависимых и независимых событий, условной вероятности. Вывести формулу вероятности произведения событий. Примеры зависимых и независимых событий, вероятности их произведения.
6. Сформулировать определение гипотез, вывести формулу полной вероятности и правило её применения.
7. Вывести формулу Байеса и правило её применения.
8. Описать схему Бернулли повторения испытаний. Вывести формулу Бернулли и правило её применения. Наивероятнейшее число появлений события.
9. Геометрическая вероятность, условия её применения. Формулировка и решение задачи о встрече.
10. Определение случайной величины, отличие дискретных случайных величин (ДСВ) от непрерывных случайных величин (НСВ), их примеры. Закон распределения ДСВ, способы вычисления и основные свойства математического ожидания ДСВ.
11. Определение, вычисления для ДСВ и основные свойства дисперсии $D(x)$ и $\sigma(x)$.
12. Вывести $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для биномиального распределения.
13. Определение и основные свойства функции распределения $F(x)$.
14. Определение и основные свойства плотности распределения $f(x)$ для НСВ.
15. Сформулировать правила вычисления $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для НСВ и их основные свойства.

16. Вывести параметры плотности распределения, функцию распределения для **равномерного** распределения, найти $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для него. Вероятность попадания в указанный промежуток.
17. Вывести параметры плотности распределения, функцию распределения для **показательного** распределения, найти $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для него. Функция надёжности. Вероятность попадания в указанный промежуток.
18. Записать плотность распределения нормированного и ненормированного **нормального** распределения, использование таблиц для вычисления их значений. Влияние параметров нормального распределения на вид нормальной кривой.
19. Вероятность попадания X с нормальным распределением в указанный промежуток, правило «трёх сигма». Нахождение вероятности отклонения.
20. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел.
21. Сформулировать локальную и интегральную теоремы Лапласа, вывести свойства функций $\varphi_0(x)$, $\Phi(x)$, использование их таблиц. Нахождение вероятности отклонения.

22. Цели и задачи математической статистики. Выборочный метод: понятие выборки, её объёма, способы отбора её элементов, репрезентативность.
23. Графическое представление выборки (в зависимости от способа представления): полигон, гистограмма, выборочные плотность и функция распределения, диаграммы и картограммы.
24. Нахождение числовых характеристик выборки: среднего выборочного, выборочной дисперсии, s_b , моды и медианы (общие и сгруппированные).
25. Виды статистических оценок: несмещённые, эффективные и состоятельные оценки (на примере $M(x)$ и $D(x)$).
26. Применение критерия согласия Пирсона для проверки статистической гипотезы. Нахождение параметров равномерного, показательного, Пуассона и нормального распределений по выборочным данным.
27. Общий план обработки статистических данных.

28. Зависимость и независимость случайных величин, стохастическая и функциональная составляющие зависимости. Корреляционная зависимость.
29. Постановка задачи и применение метода наименьших квадратов, нахождение параметров кривой $Y(x)$ (общий случай).
30. Вывести правило нахождения параметров линейной регрессии по выборочным данным с помощью метода наименьших квадратов, его связь с результатами корреляционного анализа.
31. Вывести правило нахождения параметров параболической регрессии по выборочным данным с помощью метода наименьших квадратов.
32. Правило составления корреляционной таблицы по выборочным данным. Правила нахождения средних (центра корреляции), условных

средних и построения эмпирической линии регрессии по корреляционной таблице.

33. Правила вычисления дисперсий, коэффициентов ковариации, корреляции и детерминации по корреляционной таблице. Анализ полученных коэффициентов. Построение графика линейной регрессии

5. Информационно-образовательные технологии

В ходе изучения каждого раздела дисциплины сначала преподаватель в виде монолога излагает лекцию по новой теме, после чего переходит к разбору типовых задач в интерактивной форме с участием студентов. Для закрепления изученного материала студент выполняет соответствующее домашнее задание (Дз), см. Таблицу 3 из п.4. При его выполнении рекомендуется применять как конспект лекций, так и учебно-методические материалы из приведённого в п.7 списка, сеть Интернет.

В течение семестра проводятся консультации, где преподаватель при личном общении помогает студенту освоить сложные для него темы, метод решения заданных задач.

В ходе семестра предусмотрено проведение двух аудиторных контрольных работ (АКР), АКР-1 длительностью 1 астрономический час, АКР-2 длительностью 2 акад. часа.

В конце семестра преподаватель подводит итог и по набранным баллам допускает либо нет студента до зачёта. Средства для контроля и оценки указаны в п.6.

К четвёртому семестру студенты должны изучить пакет MathCAD. В конце семестра предполагается выход группой в компьютерный класс с установленным пакетом MathCAD. В ходе этого занятия (2 часа) рассматриваются методы решения на нём основных задач – анализ статистических данных, моделирование случайных величин с заданным распределением, линия регрессии. Выполнение последнего Дз-3 «Обработка статистических данных» рекомендуется выполнять с применением компьютерного пакета.

Учебная дисциплина обеспечена учебно-методической документацией и материалами. Её содержание представлено в локальной сети учебного заведения и находится в режиме свободного доступа для студентов. Доступ студентов для самостоятельной подготовки осуществляется через компьютеры дисплейного класса (в стандартной комплектации).

Сборник домашних заданий приведён в **Приложении 1. «Фонд оценочных средств»**. Студенту задания выдаются в электронном виде, вариантом является номер студента в списке группы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для оценки достижений студента используется *балльно-рейтинговая система*:

- В семестре студент должен выполнить три домашних и две аудиторных контрольных работы (см. таблицу ниже)

Таблица 4

| Код | Вид оценочного средства | Максимальный балл | Зачтённая работа, баллы | Незачёт, баллы |
|-------|-------------------------------------|-------------------|-------------------------|----------------|
| Дз-1 | Домашняя контрольная работа (ДКР) | 8 | 5 – 8 | 0 – 4 |
| Дз-2 | ДКР | 8 | 5 – 8 | 0 – 4 |
| АКР-1 | Аудиторная контрольная работа (АКР) | 6 | 4 – 6 | 0 – 3 |
| Дз-3 | ДКР | 10 | 6 – 10 | 0 – 5 |
| АКР-2 | АКР | 8 | 5 – 8 | 0 – 4 |
| | Аудиторная работа | 9 | ---- | ---- |
| Э | Экзамен | 60 | 25 – 60 | 0 – 24 |

- Посещаемость и активность на аудиторных занятиях за семестр может принести ещё до 9 баллов;
- Допуском до зачёта является 30 баллов при зачтённой *каждой* контрольной работе;
- Каждое из шести заданий экзамена оценивается по 10 баллов, на выполнение даётся 2 часа. Для получения оценки 4 и 5 студент должен ответить на несколько теоретических вопросов без подготовки;
- Оценкой за семестр является общий суммарный рейтинг в виде суммы баллов, накопленных за семестр, и полученных на зачёте. Оценка выставляется при наборе не менее 60 баллов с указанием этой суммы и соответствующей оценки.

Таблица 5

| Оценка по 5 бальной шкале | Зачет | Сумма баллов по дисциплине | Оценка (ECTS) | Градация |
|---------------------------|---------|----------------------------|---------------|-------------------|
| 5 (отлично) | Зачтено | 90-100 | A | Отлично |
| 4 (хорошо) | | 85-89 | B | Очень хорошо |
| | | 75-84 | C | Хорошо |
| | | 70-74 | D | Удовлетворительно |
| 3 (удовлетворительно) | | 65-69 | E | |
| | | 60-64 | | Посредственно |

| | | | | |
|----------------------------|---------------|---------|----------|---------------------|
| 2 (неудовлетворительно) | Не зачтено | Ниже 60 | F | Неудовлетворительно |
|----------------------------|---------------|---------|----------|---------------------|

Пример экзаменационного билета

МИНОБРНАУКИ РОССИИфедеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Новоуральский технологический институт

Кафедра высшей математики

Направление подготовки – 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Профиль – «Автоматизированные системы обработки информации и управления»(ИТ-24д)

Квалификация (степень) выпускника – академический бакалавр

Форма обучения – Очная

Дисциплина – ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА, 4 семестр

Билет №1**№1** Дано распределение дискретной случайной величины X

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 4 | 5 |
| p | 0,2 | a | 0,3 | 0,4 |

Найти a , математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y = 2 \cdot X + 3$.**№2** Известно, что в очень большой партии деталей брак составляет 5%. Детали берутся по одной до появления бракованной. Определить ожидаемое число взятых деталей и его среднеквадратичное отклонение.**№3** Диаметр деталей в данной партии имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 50 мм.и среднеквадратичным отклонением 0,3 мм. Найти интервал наименьшей длины, чтобы он с вероятностью не меньше 80% содержал диаметр обследованной детали.**№4** Производятся испытания с вероятностью положительного исхода 60% для каждого. Насколько вероятно, что в 200 испытаниях число положительных исходов от 110 до 140 включительно?**№5** В результате измерений значений некоторой величины X при одинаковых условиях получены следующие данные:

2, 1, 1, 3, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 3, 2, 4, 2, 5, 5, 1, 2.

Составить вариационный ряд, построить полигон распределения, найти среднее значение и исправленное стандартное отклонение

№6 Найти уравнение линейной регрессии Y на X , оценив силу линейной связи по величине коэффициента корреляции. Построить на поле корреляции линию регрессии вместе с точками $(x_i; y_i)$.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X (мм.) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Y (руб.) | 5 | 4 | 6 | 3 | 3 | 2 | 3 | 1 |

Составил: _____ Орлов Ю.В.

Зав. Кафедрой: _____ Носырев Н.А.

Новоуральск 2024

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература:

1. **517(075)Ш 63**

Шипачев В. С. Высшая математика : учеб. пособие для бакалавров / В. С. Шипачев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, **2012**. - 447 с. - (Бакалавр, Базовый курс). - Рек. М-вом образования и науки РФ. - ISBN 978-5-9916-2031-4 : 316-91.

Кол-во экземпляров: всего –10

2. **517(075)Б 74**

Богомолов Н. В. Математика : учеб. для бакалавров / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, **2013**. - 396 с. - (Бакалавр, Базовый курс). - Допущено М-вом образования и науки РФ. - ISBN 978-5-9916-2568-5 : 336-55.

Кол-во экземпляров: всего –15

3. **ЭИ Т 80**

Трухан А. А. Теория вероятностей в инженерных приложениях [Электронный ресурс] / Трухан А.А., Кудряшев Г.С. - Москва : Лань", 2015. - ISBN 978-5-8114-1664-6

- Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»

4. **Фролов С.В.** Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Фролов С.В., Багаутдинова А.Ш.— [Электрон. текстовые данные]— СПб.: ГИОРД, **2012**.— 616 с.

— Режим доступа: ЭБС «IPRbooks», по паролю

5. **Туганбаев А. А.** Основы высшей математики : учеб. пособие для ВПО/А. А. Туганбаев. – 1-е изд. [Электронный ресурс] — СПб. : Лань, **2011**. — 491 с. - Режим доступа «ЭБС ЛАНЬ»

7.2 Дополнительная литература:

6. **519(075)К 55**

Кочетков Е. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. С. Кочетков, С. О. Смерчинская, В. В. Соколов. - М. : Форум : Инфра-М, 2006. - 240 с. : ил. - (Профессиональное образование). - Предм. указ.: с. 234-235. - Допущено М-вом образования РФ для сред. проф. образования. - ISBN 5-8199-0084-7 : 84-00. - ISBN 5-16-001452-7.

Кол-во экземпляров: всего - 25

7. **517(075) Д 17**

Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : учеб. пособие для вузов : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - 6-е изд. - М. : Оникс 21 век : Мир и Образование, 2003. - 416 с. : ил. - С решениями. -

ISBN 5-329-00528-0 : 72-00. - ISBN 5-94666-009-8 : 65-00. - ISBN 5-329-00327-X.

Кол-во экземпляров: всего – 52

7.3 Методическое обеспечение

1. Орлов Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебно – методическое пособие по курсу «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» для студентов всех специальностей всех форм обучения.

изд. НТИ НИЯУ МИФИ 2014.– 60 с.

2. Орлов Ю.В. «Обработка статистических данных»: Учебно – методическое пособие для студентов всех специальностей всех форм обучения.

изд. НТИ НИЯУ МИФИ 2013.– 52с.

7.4 Информационное обеспечение (включая перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»)

1 <http://nsti.ru>

2 научная библиотека e-librari

3 ЭБС «Лань»

4 ЭБС «IPRbooks»

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная дисциплина обеспечена учебно-методической документацией и материалами. Её содержание представлено в локальной сети учебного заведения и находится в режиме свободного доступа для студентов. Доступ студентов для самостоятельной подготовки осуществляется через компьютеры дисплейного класса (в стандартной комплектации).

Домашние задания выдаются в электронном виде, студенту необходим либо личный компьютер либо доступ в компьютерный класс института.

В четвёртом семестре потребуется компьютерный класс с установленным пакетом MathCADлюбой версии.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

1 Введение

Каждая из контрольных работ состоит из нескольких заданий, в каждом задании 15 вариантов. Студент выполняет один вариант с номером N , где N – его номер в списке группы. При условии $N > 15$ студент выполняет вариант с номером $N - 15$.

Время сдачи решений всех заданий контрольной – до консультации перед экзаменом.

По выполнению контрольной работы студент может набрать до 40 баллов. Работа считается зачтённой при наборе более 25 баллов после проверки. Набранные баллы вместе с баллами экзаменационной работы образуют общий рейтинг студента по данной дисциплине, если они не менее 60 баллов.

Контрольная выполняется в соответствии со стандартом оформления текстовых документов. На титульном листе должно присутствовать название института (НТИ НИЯУ МИФИ), кафедры (физико-математических дисциплин), «контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»» с указанием варианта, фамилия и инициалы выполнившего с указанием группы, фамилии проверяющего и город Новоуральск с указанием года выполнения.

После подробной записи каждого из заданий должно приводиться его аккуратное решение с объяснением логических переходов и указанием применённых формул. После решения отдельно записывается «ответ» на все поставленные вопросы.

При решении контрольного задания рекомендуется воспользоваться конспектами лекций и литературой.

2 Вопросы экзамена

«Теория вероятностей и математическая статистика» 4 семестр

34. Понятие испытания и случайного события. Основные виды испытаний и событий. Действия над событиями: равенство, сумма, произведение, противоположное событие (определения и диаграммы), их основные свойства.
35. Частота и относительная частота события, статистическое определение вероятности события. Понятие исходов испытания, классическое определение вероятности события. Отличие статистического и классического определений вероятности. Аксиомы вероятности.
36. Элементы комбинаторики: определения и способы вычисления чисел перестановок, размещений, сочетаний и их основные свойства. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
37. Выведение вероятности суммы совместных и несовместных событий. Формула включения-исключения.
38. Определения зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности. Формула вероятности произведения событий. Примеры зависимых и независимых событий, вероятности их произведения.
39. Определение гипотез, выведение формулы полной вероятности и правило её применения. Выведение формулы Байеса и правило её применения.
40. Описание схемы Бернулли повторения испытаний. Выведение формулы Бернулли, правило её применения. Наивероятнейшее число появлений события.
41. Геометрическая вероятность, условия её применения. Формулировка и решение задачи о встрече.
42. Определение случайной величины, отличие дискретных случайных величин (ДСВ) от непрерывных случайных величин (НСВ), их примеры. Закон распределения ДСВ, способы вычисления и основные свойства математического ожидания ДСВ.
43. Определение математического ожидания ДСВ, его основные свойства.
44. Определение дисперсии $D(X)$ и среднеквадратичного отклонения $\sigma(X)$, их основные свойства и правила вычисления для ДСВ.
45. Биномиальное распределение. Выведение $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для биномиального распределения.
46. Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
47. Определение и основные свойства функции распределения $F(x)$.
48. Определение и основные свойства плотности распределения $f(x)$ для непрерывных случайных величин (НСВ).
49. Правила вычисления $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для НСВ и их основные свойства.

50. Равномерное распределение: параметры плотности распределения, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для него, вероятность попадания в указанный промежуток.
51. Показательное распределение: параметры его плотности распределения $f(x)$ и функции распределения $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$. Функция надёжности. Вероятность попадания в указанный промежуток.
52. Распределения Пуассона: параметры плотности распределения, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$ и $\sigma(x)$ для него, вероятность попадания в указанный промежуток.
53. Нормальное распределение: нормированная и ненормированная плотность распределения, использование таблиц для вычисления их значений. Влияние параметров нормального распределения на вид нормальной кривой.
54. Функция $F(x)$ нормального распределения, функция $\Phi(x)$ и правило пользования её таблицей. Вероятность попадания в указанный промежуток, правило «трёх сигма». Нахождение вероятности отклонения. Центральная предельная теорема.
55. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Связь нормального, биномиального распределений и распределения Пуассона.
56. Двумерные случайные величины, их закон распределения, условные распределения и условные математические ожидания (при дискретном задании X и Y). Понятия коэффициентов ковариации и корреляции, их основные свойства.
57. Цели и задачи математической статистики. Выборочный метод: понятие выборки, её объёма, различные способы отбора её элементов из генеральной совокупности, репрезентативность выборки.
58. Графическое представление выборки: полигон, гистограмма, выборочные плотность и функция распределения, различные диаграммы.
59. Нахождение числовых характеристик выборки: среднего выборочного \bar{x} , выборочной дисперсии D_s , S , моды и медианы (общие и сгруппированные).
60. Использование «ложного нуля» и свойств для упрощения вычислений выборочных среднего и дисперсии.
61. Виды статистических оценок: несмещённые, эффективные и состоятельные оценки (на примере $M(x)$ и $D(x)$). Понятие доверительных интервалов. Доверительные интервалы для $M(X)$ и $\sigma(x)$.
62. Выдвижение гипотезы о виде распределения. Нахождение параметров равномерного, показательного, Пуассона и нормального распределений по выборочным данным.
63. Построение нормальной кривой по выборочным данным.
64. Распределение Хи-квадрат, виды его таблиц. Применение критериев согласия Пирсона, Романовского и Колмогорова.
65. Общий план обработки статистических данных.
66. Зависимость и независимость случайных величин, стохастическая и функциональная составляющие зависимости. Корреляционная зависимость. Правило составления корреляционной таблицы по выборочным данным.

67. Правила нахождения средних \bar{x} , \bar{y} (центра корреляции), условных средних и правило построения эмпирической линии регрессии по корреляционной таблице.
68. Правила вычисления дисперсий, коэффициентов ковариации, корреляции и детерминации по корреляционной таблице. Анализ полученных коэффициентов. Построение графика линейной регрессии.
69. Общий план выявления линейной зависимости по корреляционной таблице.
70. Постановка задачи и применение метода наименьших квадратов, нахождение параметров кривой $Y(x)$ (общий случай). Правило нахождения параметров линейной регрессии по выборочным данным с помощью метода наименьших квадратов, его связь с результатами корреляционного анализа.

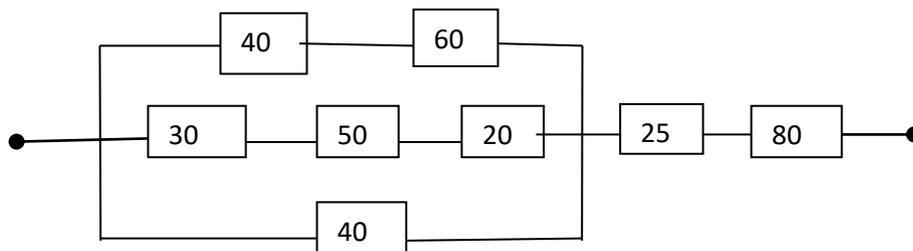
Вариант № 1

№1 (4 балла)

Три станка-автомата изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 7:10:13. Среди деталей брак для станков составляет 2%-3%-1% соответственно. а) Найти долю бракованных деталей в коробке; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из $n=10$ шаров $m=2$ окрашены. Из общего числа одновременно берётся $k=4$ шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=3X+10$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

| | | |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $N=5, p=0.8, k_1=3, k_2=4$ | $N=1000, p=0.002, k_1=3, k_2=4$ | $N=200, p=0.8, k_1=150, k_2=180$ |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

№5(15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочных данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 34 | 56 | 62 | 53 | 48 | 39 | 68 | 40 | 55 | 52 |
| 60 | 33 | 18 | 53 | 71 | 60 | 46 | 58 | 59 | 42 |
| 82 | 62 | 38 | 46 | 15 | 61 | 54 | 25 | 49 | 54 |
| 44 | 53 | 80 | 45 | 91 | 65 | 66 | 68 | 55 | 54 |
| 51 | 23 | 52 | 48 | 55 | 91 | 34 | 48 | 46 | 38 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 8 | 8 | 6 | 5 | 5 | 4 | 4 | 2 |

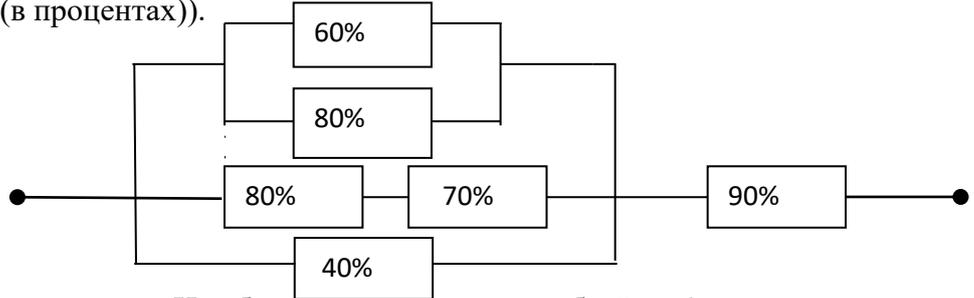
Вариант № 2

№1 (4 балла)

Три рабочих изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 8:10:12. Среди деталей брак для станков составляет 4%-3%-2% соответственно. а) Найти вероятность взять из этой коробки деталь с браком; б) Если взята деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m окрашены. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=5X+2$, $n=10, m=2, k=4$

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_2 раз

| | | |
|----------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| $N=4, p=0.7, k_1=1, k_2=2$ | $N=2000, p=0.001, k_1=1, k_2=3$ | $N=100, p=0.8, k_1=75, k_2=82$ |
|----------------------------|---------------------------------|--------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 23 | 40 | 27 | 26 | 36 | 57 | 65 | 43 | 34 | 49 |
| 41 | 37 | 30 | 45 | 40 | 48 | 38 | 56 | 47 | 39 |
| 57 | 17 | 34 | 34 | 49 | 43 | 30 | 40 | 34 | 53 |
| 32 | 49 | 60 | 28 | 35 | 31 | 55 | 32 | 38 | 43 |
| 28 | 51 | 44 | 22 | 33 | 34 | 37 | 26 | 46 | 31 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 2 | 4 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 7 |

Вариант № 3**№1 (4 балла)**

В выбранном городе 30% женщин, 25% мужчин, 15% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание X имеют 10%, 8%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю заболевших X в этом городе; б) Среди болеющих X найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три стрелка выполняют по одному выстрелу в общую мишень. Первый попадает в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух попаданий в мишень

№3 (5 баллов)

В коробке из $n=12$ деталей $m=3$ бракованы. Из общего числа одновременно берётся $k=3$ детали. Составить закон распределения для числа X бракованных деталей среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=7X-2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

$N=4, p=0.9, k_1=1, k_2=3$

$N=1000, p=0.001, k_1=3, k_2=4$

$N=120, p=0.8, k_1=80, k_2=85$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$\left(\begin{array}{cccccccccc} 18 & 30 & 33 & 28 & 26 & 21 & 37 & 21 & 29 & 28 \\ 32 & 17 & 10 & 28 & 38 & 32 & 25 & 31 & 32 & 23 \\ 44 & 33 & 20 & 24 & 8 & 33 & 29 & 14 & 26 & 29 \\ 24 & 29 & 43 & 24 & 49 & 35 & 35 & 37 & 30 & 29 \\ 27 & 12 & 28 & 26 & 29 & 49 & 18 & 26 & 24 & 20 \end{array} \right)$.

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 7 | 7 | 5 | 5 | 4 | 2 | 3 | 1 |

Вариант № 4

№1 (4 балла)

Перед младенцем лежит три стопки карточек, на которых написаны буквы: в первой А, А, Б, В; во второй П, П, А, Р, А, Г, А; в третьей Е, Н, Г, К. Определить вероятность того, что он, взяв одну карточку наудачу из какой-то стопки, покажет маме букву А; Если это произошло, то какова вероятность её взятия из первой стопки?

№2 (3 балла)

Имеется одиннадцать карточки с числами от 10 до 20, из которых наудачу выбирается три. Определить вероятность того, что сумма этих чисел равна 36.

№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m чёрные. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=2X+10$, $n=8m=3$, $k=4$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_1 раз

$N=6, p=0.7, k_1=4, k_2=5$

$N=200, p=0.02, k_1=2, k_2=4$

$N=100, p=0.6, k_1=55, k_2=62$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочных данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 36 | 61 | 66 | 56 | 51 | 42 | 73 | 43 | 59 | 56 |
| 64 | 35 | 20 | 56 | 77 | 64 | 50 | 63 | 64 | 45 |
| 88 | 67 | 41 | 49 | 16 | 65 | 58 | 27 | 52 | 58 |
| 48 | 57 | 86 | 48 | 98 | 69 | 70 | 73 | 59 | 58 |
| 54 | 25 | 56 | 51 | 59 | 98 | 37 | 51 | 49 | 41 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(м)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 6 | 8 | 7 |

Вариант № 5**№1 (4 балла)**

На складе три вида внешне одинаковых телевизоров, количества которых образуют пропорцию 11:6:4. Среди них шансы проработать без поломок год 80%-90%-95% соответственно. а) Для телевизора, взятого наудачу с этого склада, найти вероятность проработать год без поломок; б) Если взятый телевизор проработал целый год, то каковы шансы его взятия из самой многочисленной группы?

№2 (3 балла)

Студент решает три задачи с вероятностью правильного решения соответственно равными 40%, 60% и 80%. Определить вероятность того, что из них правильно он решит хотя бы одну.

№3 (5 баллов)

Имеется пять ключей, из которых замок открывает только один. Если первый ключ не открывает замок, то его откладывают и берут другой, при неподходящем ключе берут третий и т.д.. Составить закон распределения для числа X опробованных ключей. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=4X+2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) более k_2 раз

$$N=5, p=0.3, k_1=2, k_2=4$$

$$N=10000, p=0.0003, k_1=3, k_2=4$$

$$N=200, p=0.6, k_1=100, k_2=125$$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочных данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| (| 15 | 24 | 27 | 23 | 21 | 17 | 29 | 17 | 23 | 22 |) |
| 26 | 14 | 8 | 23 | 31 | 26 | 20 | 25 | 25 | 18 |) | |
| 35 | 27 | 16 | 20 | 7 | 26 | 23 | 11 | 21 | 23 |) | |
| 19 | 23 | 34 | 19 | 39 | 28 | 28 | 29 | 24 | 23 |) | |
| 22 | 10 | 22 | 21 | 23 | 39 | 15 | 20 | 20 | 16 |) | |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 8 | 7 | 5 | 6 | 5 | 4 | 2 | 1 |

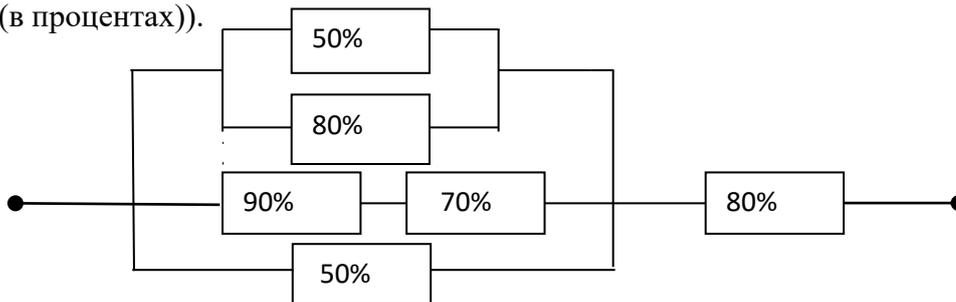
Вариант № 6

№1 (4 балла)

В спецбольницу поступают больные только тремя видами болезней: А, В, С с вероятностью выздоровления соответственно 70%, 50% и 40%. Число заболевших болезнями А, В, С подчиняется пропорции 5:3:2. а) Какова доля выздоровевших среди всех пациентов больницы? б) Господин Браун видел, как в эту больницу привезли его знакомого, но через некоторое время он встретил его на улице полностью здоровым. Какова вероятность того, что тот страдал заболеванием В?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

X – число промахов при четырёх выстрелах, если при каждом выстреле вероятность промаха составляет 60%. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=10X+2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_2 раз

| | | |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| $N=4, p=0.2, k_1=1, k_2=2$ | $N=30000, p=0.0001, k_1=1, k_2=3$ | $N=100, p=0.2, k_1=15, k_2=22$ |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 24 | 40 | 44 | 38 | 34 | 28 | 49 | 29 | 39 | 37 |
| 43 | 23 | 13 | 38 | 51 | 43 | 33 | 42 | 42 | 30 |
| 58 | 45 | 27 | 33 | 11 | 43 | 38 | 18 | 35 | 38 |
| 32 | 38 | 57 | 32 | 65 | 46 | 47 | 49 | 39 | 39 |
| 36 | 17 | 37 | 34 | 39 | 65 | 24 | 34 | 33 | 27 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(руб)}$ | 1 | 1 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 8 |

Вариант № 7

№1 (4 балла)

В выбранном городе 20% женщин, 25% мужчин, 25% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание А имеют 10%, 15%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю имеющих заболевание А в этом городе; б) Среди болеющих А найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три токаря выполняют по одной детали и складывают их в общую коробку. Первый делает работу без брака в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух деталей без брака в этой коробке.

№3 (5 баллов)

X – число выпавших шестёрок при бросках пяти игральных костей одновременно. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=7X-2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_1 раз

| | | |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $N=4, p=0.1, k_1=1, k_2=3$ | $N=1000, p=0.004, k_1=3, k_2=4$ | $N=150, p=0.8, k_1=110, k_2=125$ |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 48 | 79 | 63 | 79 | 75 | 64 | 56 | 88 | 67 | 61 |
| 70 | 36 | 87 | 71 | 58 | 65 | 61 | 63 | 72 | 73 |
| 53 | 53 | 68 | 40 | 60 | 69 | 75 | 52 | 46 | 83 |
| 75 | 68 | 20 | 66 | 90 | 42 | 64 | 41 | 50 | 70 |
| 59 | 83 | 73 | 74 | 67 | 68 | 31 | 48 | 79 | 35 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(руб)}$ | 9 | 7 | 5 | 5 | 4 | 2 | 1 | 1 |

Вариант № 8

№1 (4 балла)

Перед младенцем лежит три стопки карточек, на которых написаны буквы: в первой А, Б, В; во второй П, А, Р, А, Г, А; в третьей Е, Н, Г, К. а) Определить вероятность того, что он, взяв одну карточку наудачу из какой-то стопки, покажет маме букву А; б) Если это произошло, то какова вероятность её взятия из первой стопки?

№2 (3 балла)

Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число делится на 3, на 5 но не на на них одновременно.

№3 (5 баллов)

X – число изделий высшего сорта среди четырёх одновременно взятых из коробки, где находилось 5 изделия высшего сорта, 3 изделия первого сорта и 2 изделий второго сорта. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=2X+10$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_1 раз

$N=5, p=0.4, k_1=3, k_2=4$

$N=200, p=0.01, k_1=2, k_2=4$

$N=200, p=0.6, k_1=115, k_2=130$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочных данных с нормальным распределением.

(12 20 22 19 17 14 24 14 20 19)
 21 12 7 19 26 21 17 21 21 15
 29 22 14 16 5 22 19 9 17 19
 16 19 29 16 33 23 23 24 20 19
 18 8 19 17 20 33 12 17 16 14)

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(руб)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 1 | 3 | 2 | 4 | 4 | 6 | 8 | 9 |

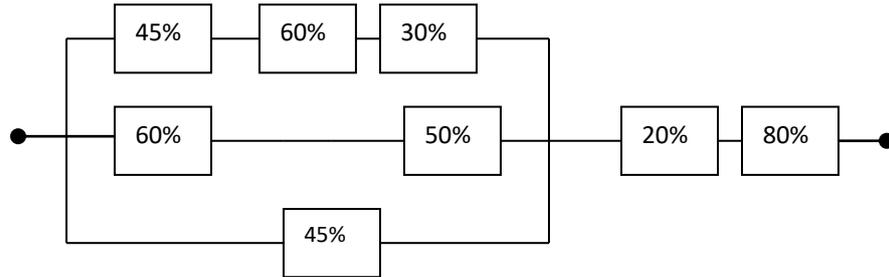
Вариант № 9

№1 (4 балла)

Три станка-автомата изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 3:4:3. Среди деталей брак для станков составляет 4%-3%-1% соответственно. а) Найти долю бракованных деталей в коробке; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на втором станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из $n=10$ шаров $m=3$ окрашены. Из общего числа одновременно берётся $k=3$ шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=7X+10$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

| | | |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $N=5, p=0.7, k_1=3, k_2=4$ | $N=1000, p=0.005, k_1=3, k_2=4$ | $N=200, p=0.7, k_1=130, k_2=145$ |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 34 | 60 | 40 | 39 | 54 | 85 | 98 | 65 | 51 | 73 |
| 62 | 56 | 44 | 67 | 60 | 72 | 57 | 85 | 71 | 58 |
| 86 | 26 | 51 | 51 | 73 | 64 | 46 | 61 | 52 | 79 |
| 48 | 73 | 91 | 42 | 52 | 47 | 82 | 48 | 57 | 65 |
| 42 | 76 | 66 | 32 | 50 | 50 | 56 | 40 | 69 | 47 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 8 | 6 | 7 | 5 | 5 | 4 | 2 | 1 |

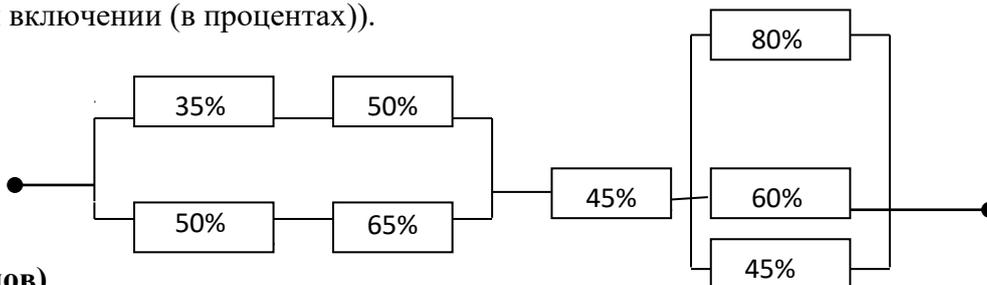
Вариант № 10

№1 (4 балла)

Три рабочих изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 5:4:1. Среди деталей брак для станков составляет 4%-3%-2% соответственно. а) Найти вероятность взять из этой коробки деталь с браком; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m окрашены. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=12X+2$, $n=8, m=2, k=4$

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_2 раз

| | | |
|----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| $N=4, p=0.1, k_1=1, k_2=2$ | $N=2000, p=0.002, k_1=2, k_2=4$ | $N=100, p=0.1, k_1=8, k_2=14$ |
|----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 20 | 36 | 24 | 24 | 33 | 51 | 59 | 39 | 31 | 44 |
| 37 | 34 | 27 | 40 | 36 | 43 | 34 | 51 | 43 | 35 |
| 52 | 15 | 30 | 30 | 44 | 39 | 27 | 36 | 31 | 48 |
| 29 | 44 | 54 | 25 | 31 | 28 | 49 | 29 | 34 | 39 |
| 25 | 46 | 40 | 19 | 30 | 30 | 34 | 24 | 41 | 28 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 1 | 4 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 |

Вариант № 11**№1 (4 балла)**

В выбранном городе 30% женщин, 25% мужчин, 15% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание X имеют 10%, 8%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю заболевших X в этом городе; б) Среди болеющих X найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три стрелка выполняют по одному выстрелу в общую мишень. Первый попадает в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух попаданий в мишень

№3 (5 баллов)

В коробке из $n=12$ деталей $m=3$ бракованы. Из общего числа одновременно берётся $k=3$ детали. Составить закон распределения для числа X бракованных деталей среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=7X-2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

$N=4, p=0.9, k_1=1, k_2=3$

$N=1000, p=0.001, k_1=3, k_2=4$

$N=120, p=0.8, k_1=80, k_2=85$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данным с нормальным распределением.

$\left(\begin{array}{cccccccccc} 22 & 36 & 40 & 34 & 31 & 25 & 44 & 26 & 35 & 33 \\ 38 & 21 & 12 & 34 & 46 & 38 & 30 & 38 & 38 & 27 \\ 53 & 40 & 24 & 29 & 10 & 39 & 35 & 16 & 31 & 35 \\ 29 & 34 & 51 & 29 & 59 & 42 & 42 & 44 & 35 & 35 \\ 33 & 15 & 34 & 31 & 35 & 59 & 22 & 31 & 29 & 24 \end{array} \right)$.

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 9 | 6 | 5 | 5 | 4 | 2 | 3 | 1 |

Вариант № 12**№1 (4 балла)**

Три коробки по 30 конфет в каждой имеют среди них конфеты с шоколадной начинкой в количестве 5, 10 и 6 штук соответственно. Из случайно выбранной коробки берётся первая попавшаяся конфета. а) Насколько вероятна шоколадная начинка конфеты? б) Если начинка её оказалась шоколадной, насколько вероятно, что она взята из той коробки, где было больше всего шоколадных начинок?

№2 (3 балла)

Имеется одиннадцать карточки с числами от 10 до 20, из которых наудачу выбирается три. Определить вероятность того, что сумма этих чисел равна 36.

№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m чёрные. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=2X+10$, $n=6$, $m=3$, $k=4$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_1 раз

$N=4, p=0.9, k_1=4, k_2=5$

$N=200, p=0.02, k_1=2, k_2=4$

$N=100, p=0.7, k_1=55, k_2=62$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

(42 37 59 42 30 61 49 43 46 28)
 29 64 58 42 55 34 66 54 40 13
 44 46 32 51 32 67 53 72 63 60
 38 59 37 26 44 56 74 33 31 45
 36 65 53 71 62 56 51 61 55 68) .

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(м)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 1 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 |

Вариант № 13**№1 (4 балла)**

На развилке дороги стоит камень с надписью «По левой дороге погибает каждый пятый, по дороге прямо - каждый третий, а по правой дороге – половина проезжающих». а) Сколько шансов доехать без проблем витязю, давшему волю коню, поехав куда тот пойдёт; б) Если он без проблем проехал всю дорогу то какова вероятность того, что он поехал прямо?

№2 (3 балла)

Студент решает три задачи с вероятностью правильного решения соответственно равными 50%, 70% и 80%. Определить вероятность того, что из них правильно он решит не менее одной.

№3 (5 баллов)

Имеется пять ключей, из которых замок открывает только один. Если первый ключ не открывает замок, то ключи перемешиваются и берут другой, при неподходящем ключе берут третий и т.д.. Составить закон распределения для числа X опробованных ключей за не более четырёх попыток. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=4X+2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) более k_2 раз

$N=5, p=0.7, k_1=2, k_2=4$

$N=10000, p=0.0001, k_1=2, k_2=3$

$N=200, p=0.7, k_1=100, k_2=125$

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 26 | 42 | 47 | 39 | 36 | 30 | 51 | 30 | 41 | 39 |
| 45 | 24 | 14 | 39 | 54 | 45 | 35 | 44 | 44 | 32 |
| 61 | 47 | 29 | 34 | 11 | 46 | 40 | 19 | 37 | 40 |
| 33 | 40 | 60 | 33 | 68 | 49 | 49 | 51 | 41 | 41 |
| 38 | 17 | 39 | 36 | 41 | 68 | 26 | 36 | 34 | 28 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(кг)}$ | 8 | 5 | 5 | 6 | 4 | 4 | 3 | 1 |

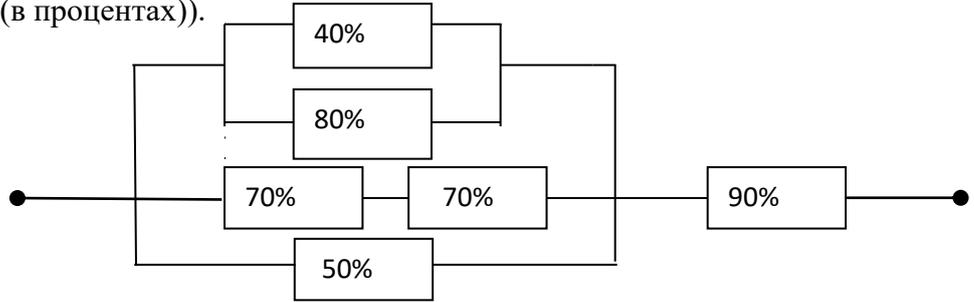
Вариант № 14

№1 (4 балла)

Заводом послан автомобиль для посещения трёх баз. Вероятности наличия нужных материалов на каждой из этих баз равны 90% для первой, 95% и 80% для второй и третьей. а) Найти вероятность того, что на случайно выбранной базе окажется нужный материал; б) Если на взятой случайно базе материал оказался, то какова вероятность при этом выбрать первую базу.

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

X – число промахов при четырёх выстрелах, если при каждом выстреле вероятность промаха составляет 70%. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=2X+14$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_2 раз

| | | |
|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| $N=4, p=0.4, k_1=1, k_2=2$ | $N=10000, p=0.00015, k_1=1, k_2=3$ | $N=100, p=0.25, k_1=15, k_2=22$ |
|----------------------------|------------------------------------|---------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочных данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 60 | 75 | 67 | 74 | 72 | 64 | 42 | 55 | 50 | 69 |
| 58 | 94 | 83 | 82 | 68 | 71 | 49 | 63 | 86 | 60 |
| 58 | 47 | 84 | 77 | 98 | 85 | 67 | 86 | 90 | 64 |
| 73 | 60 | 92 | 82 | 74 | 67 | 67 | 89 | 77 | 61 |
| 81 | 47 | 80 | 84 | 69 | 53 | 81 | 94 | 69 | 37 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(руб)}$ | 1 | 4 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 |

Вариант № 15**№1 (4 балла)**

На первом курсе учатся студенты трёх групп по 25 человек в каждой. В первой группе 15 юношей, во второй их 10, а в третьей группе 12 юношей. В каждой из трёх стопок дела студентов одной группы. а) Если работница отдела кадров взяла личное дело одного из этих студентов из одной стопки наудачу, то какова вероятность взять дело юноши; б) Если взято из случайной стопки дело именно юноши, то какова вероятность, что он учится во второй группе?

№2 (3 балла)

Брошено 3 игральных кости и считается сумма очков на них. Какая из сумм более вероятна: 5 или 16?

№3 (5 баллов)

X – число выпавших решек при бросках четырёх монет одновременно. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=7X-2$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A . В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не более k_2 раз

| | | |
|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $N=4, p=0.25, k_1=1, k_2=3$ | $N=1600, p=0.001, k_1=3, k_2=4$ | $N=200, p=0.8, k_1=150, k_2=165$ |
|-----------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

- 1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;
- 2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X . Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;
- 3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X , построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочных данных с нормальным распределением.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 28 | 50 | 34 | 33 | 45 | 71 | 81 | 54 | 43 | 61 |
| 51 | 47 | 37 | 56 | 50 | 60 | 48 | 70 | 59 | 49 |
| 72 | 21 | 42 | 42 | 61 | 54 | 38 | 50 | 43 | 66 |
| 40 | 61 | 75 | 35 | 43 | 39 | 68 | 40 | 48 | 54 |
| 35 | 64 | 55 | 27 | 42 | 42 | 47 | 33 | 57 | 39 |

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

| | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_{(см)}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $Y_{(руб)}$ | 9 | 8 | 5 | 4 | 4 | 2 | 2 | 1 |

4 Основные формулы

- Классическое определение вероятности $P(A) = \frac{m}{n}$,

где n – число всех равновозможных, взаимоисключающих исходов, сумма которых – достоверное событие, m – число благоприятных для A исходов;

- Число перестановок $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$;

Число размещений из n по k $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$;

Число сочетаний из n по k $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$;

- Вероятность суммы событий $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$, для несовместных событий A и B $P(A+B) = P(A) + P(B)$;
- Вероятность произведения событий $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P_A(B) \cdot P_{A \cdot B}(C)$.
Для независимых событий $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$;

- Формула полной вероятности для A при гипотезах B_1, B_2, \dots, B_n
 $P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$;

- Формула Байеса

$$P_A(B_k) = \frac{P(B_k \cdot A)}{P(A)} = \frac{P(B_k) \cdot P_{B_k}(A)}{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)}$$

(вероятность одной из гипотез при появлении A);

- Формула Бернулли $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$, где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$;

- Формула Пуассона $P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$, где λ – среднее число появлений для A , $\lambda = n \cdot p$ (таблица приложения 1);

- Закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ)

| | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| X | x_1 | x_2 | x_3 | | x_n | (.....) |
| P(X) | p_1 | p_2 | p_3 | | p_n | (.....) |

,

$$\sum_{i=1}^{n(\infty)} p_i = 1;$$

- Математическое ожидание ДСВ

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n;$$

- Дисперсия и среднее квадратичное отклонение ДСВ

$$D(X) = M\left(\left(X - M(X)\right)^2\right) = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 \cdot p_i = \\ = (x_1 - M(X))^2 \cdot p_1 + (x_2 - M(X))^2 \cdot p_2 + \dots + (x_n - M(X))^2 \cdot p_n,$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i - (M(X))^2,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)};$$

- Биномиальное распределение $P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$, $q = 1 - p$,

$$M(X) = n \cdot p, \quad D(X) = n \cdot p \cdot q, \quad \sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot q};$$

- Распределение Пуассона $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$, $M(X) = \lambda$, $D(X) = \lambda$;

- Геометрическое распределение $P(X = k) = p^{k-1} \cdot q$
(испытания производятся пока А появляется);

- Гипергеометрическое распределение $P(X = k) = \frac{C_L^k \cdot C_{n-L}^{m-k}}{C_n^m}$,

вероятность взять ровно k бракованных изделий среди m , которые берутся из n штук, среди которых L бракованных;

- Функция распределения

$$F(x_0) = P(X < x_0), \quad F(x) \geq 0, \quad F(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0, \quad F(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1;$$

- Для непрерывных случайных величин плотность распределения

$$f(x) = F'(x), \quad f(x) \geq 0, \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1,$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x) \Big|_{x_1}^{x_2} = F(x_2) - F(x_1);$$

- Числовые характеристики непрерывных случайных величин

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx,$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))^2 \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx - (M(X))^2,$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Если $X \in [a; b]$, то и интегрирование ведётся по такому отрезку;

- Равномерное распределение на отрезке $[a; b]$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a; b] \\ 0 & , x \notin [a; b] \end{cases}, F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in (a; b), \\ 1 & , x > b \end{cases}$$

$$M(X) = \frac{a+b}{2}, D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}, \sigma(X) = \frac{b-a}{\sqrt{12}};$$

- Показательное распределение

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}, & x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}, F(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x},$$

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}, D(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \sigma(X) = \frac{1}{\lambda};$$

- Нормальное распределение с параметрами $M(X)=a, \sigma(X)=\sigma$:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi_o(t) \quad \text{при} \quad t = \frac{x-a}{\sigma},$$

$$\varphi_o(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (a=0, \sigma=1) \quad \text{таблица приложения 2};$$

$$F(x) = 0,5 + \int_0^x f(x) dx = 0,5 + \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right),$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad \text{таблица приложения 3};$$

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \Phi\left(\frac{x_2-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1-a}{\sigma}\right),$$

$$P(|x-a| \leq \varepsilon) = 2 \cdot \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right), \quad P(a-3\sigma \leq X \leq a+3\sigma) = 2\Phi(3) \approx 0,9973;$$

- Для одномерной выборки

$$\text{Выборочное среднее } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i,$$

где k – число вариантов (различных элементов выборки);

$$\text{Выборочная дисперсия } D_{\epsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k ((x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i);$$

$$\text{Исправленная дисперсия } S^2 = D_{\epsilon} \cdot \frac{n}{n-1};$$

$$\text{Выборочное среднеквадратическое отклонение } S = \sqrt{S^2} = \sqrt{D_{\epsilon}} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}};$$

- Критерий Пирсона проверки гипотезы о виде распределения:

$$\text{Вычисляется } \chi_{\text{выб.}}^2 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*} \right)$$

где n_i – частоты в данной выборке,

n_i^* – теоретические частоты (из предложенного распределения)

и сравнивается с $\chi_{\text{крит.}}^2$ из таблицы приложения 6;

- Доверительные интервалы

$$\text{Для математического ожидания } M(X) \in \left(\bar{x} - t_{\gamma} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\gamma} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$$

t_{γ} из таблицы приложения 4;

$$\text{Для среднеквадратического отклонения } \sigma(X) \in (S \cdot (1 - q_{\gamma}); S \cdot (1 + q_{\gamma})),$$

q_{γ} из таблицы приложения 5;

- Для выборки с элементами $(x_i; y_i)$ коэффициенты линейной регрессии Y на X (зависимости среднего значения Y от значения X) $Y = a \cdot X + b$ находятся из системы

$$\begin{cases} a \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) \right) + b \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i) \right) = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) \\ a \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i) \right) + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases};$$

- Выборочный коэффициент ковариации при элементах $(x_i; y_i)$

$$\begin{aligned}
\text{cov}^*(X, Y) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \\
&= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m ((x_i - \bar{x}) \cdot (y_j - \bar{y}) \cdot n_{i,j}) = \\
&= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (x_i \cdot y_j \cdot n_{i,j}) - (\bar{x} \cdot \bar{y}) = \overline{(x \cdot y)} - (\bar{x} \cdot \bar{y});
\end{aligned}$$

- Выборочный коэффициент корреляции $r = r_{XY} = \frac{\text{cov}^*(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$;

- Уравнения линейной регрессии

$$Y \text{ на } X \quad y - \bar{y} = r_{XY} \cdot \frac{S_y}{S_x} \cdot (x - \bar{x});$$

$$X \text{ на } Y \quad x - \bar{x} = r_{XY} \cdot \frac{S_x}{S_y} \cdot (y - \bar{y}).$$

5 Приложения

Приложение 1

Таблица значений функции $P(m, \lambda) = \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$

| $\lambda \backslash m$ | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 |
|------------------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0,90484 | 81873 | 74082 | 67032 | 60653 | 54881 | 49659 | 44933 | 40657 | 36788 |
| 1 | 09048 | 16375 | 22225 | 26813 | 30327 | 32929 | 34761 | 35946 | 36591 | 36788 |
| 2 | 00452 | 01637 | 03334 | 05363 | 07582 | 09879 | 12166 | 14379 | 16466 | 18394 |
| 3 | 00015 | 00109 | 00333 | 00715 | 01264 | 01976 | 02839 | 03834 | 04940 | 06131 |
| 4 | | 00005 | 00025 | 00072 | 00158 | 00296 | 00497 | 00767 | 01111 | 01533 |
| 5 | | | 00002 | 00006 | 00016 | 00036 | 00070 | 00123 | 00200 | 00307 |
| 6 | | | | | 00001 | 00004 | 00008 | 00016 | 00030 | 00051 |
| 7 | | | | | | | 00001 | 00002 | 00004 | 00007 |
| 8 | | | | | | | | | | 00001 |

| $\lambda \backslash m$ | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 | 5,5 | 6,0 |
|------------------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0,22313 | 13534 | 08208 | 04979 | 03020 | 01832 | 01111 | 00674 | 00409 | 00248 |
| 1 | 33470 | 27067 | 20521 | 14936 | 10569 | 07326 | 04999 | 03369 | 02248 | 01487 |
| 2 | 25102 | 27067 | 25652 | 22404 | 18496 | 14653 | 11248 | 08422 | 06181 | 04462 |
| 3 | 12551 | 18045 | 21376 | 22404 | 21579 | 19537 | 16872 | 14037 | 11332 | 08924 |
| 4 | 04707 | 09022 | 13360 | 16803 | 18881 | 19537 | 18981 | 17547 | 15582 | 13385 |
| 5 | 01412 | 03609 | 06680 | 10082 | 13217 | 15629 | 17083 | 17547 | 17140 | 16062 |
| 6 | 00353 | 01203 | 02783 | 05041 | 07710 | 10420 | 12812 | 14622 | 15712 | 16062 |
| 7 | 00076 | 00344 | 00994 | 02160 | 03855 | 05954 | 08236 | 10444 | 12345 | 13768 |
| 8 | 00014 | 00086 | 00311 | 00810 | 01687 | 02977 | 04633 | 06528 | 08487 | 10326 |
| 9 | 00002 | 00019 | 00086 | 00270 | 00656 | 01323 | 02316 | 03627 | 05187 | 06884 |
| 10 | | 00004 | 00022 | 00081 | 00230 | 00529 | 01042 | 01813 | 02853 | 04130 |
| 11 | | 00001 | 00005 | 00022 | 00073 | 00192 | 00426 | 00824 | 01426 | 02253 |
| 12 | | | 00001 | 00006 | 00021 | 00064 | 00160 | 00343 | 00654 | 01126 |
| 13 | | | | 00001 | 00006 | 00020 | 00055 | 00132 | 00277 | 00520 |
| 14 | | | | | 00001 | 00006 | 00018 | 00047 | 00109 | 00223 |
| 15 | | | | | | 00002 | 00005 | 00016 | 00040 | 00089 |
| 16 | | | | | | | 00002 | 00005 | 00014 | 00033 |
| 17 | | | | | | | | 00001 | 00004 | 00012 |
| 18 | | | | | | | | | 00001 | 00004 |
| 19 | | | | | | | | | | 00001 |

Таблица значений функции $\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 3652 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0043 |
| 3,0 | 0,0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad \text{Приложение 3}$$

| x | Φ(x) | x | Φ(x) | x | Φ(x) | x | Φ(x) |
|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|
| 0,00 | 0,0000 | 0,46 | 0,1772 | 0,92 | 0,3212 | 1,38 | 0,4162 |
| 0,01 | 0,0040 | 0,47 | 0,1808 | 0,93 | 0,3238 | 1,39 | 0,4177 |
| 0,02 | 0,0080 | 0,48 | 0,1844 | 0,94 | 0,3264 | 1,40 | 0,4192 |
| 0,03 | 0,0120 | 0,49 | 0,1879 | 0,95 | 0,3289 | 1,41 | 0,4207 |
| 0,04 | 0,0160 | 0,50 | 0,1915 | 0,96 | 0,3315 | 1,42 | 0,4222 |
| 0,05 | 0,0199 | 0,51 | 0,1950 | 0,97 | 0,3340 | 1,43 | 0,4236 |
| 0,06 | 0,0239 | 0,52 | 0,1985 | 0,98 | 0,3365 | 1,44 | 0,4251 |
| 0,07 | 0,0279 | 0,53 | 0,2019 | 0,99 | 0,3389 | 1,45 | 0,4265 |
| 0,08 | 0,0319 | 0,54 | 0,2054 | 1,00 | 0,3413 | 1,46 | 0,4279 |
| 0,09 | 0,0359 | 0,55 | 0,2088 | 1,01 | 0,3438 | 1,47 | 0,4292 |
| 0,10 | 0,0398 | 0,56 | 0,2123 | 1,02 | 0,3461 | 1,48 | 0,4306 |
| 0,11 | 0,0438 | 0,57 | 0,2157 | 1,03 | 0,3485 | 1,49 | 0,4319 |
| 0,12 | 0,0478 | 0,58 | 0,2190 | 1,04 | 0,3508 | 1,50 | 0,4332 |
| 0,13 | 0,0517 | 0,59 | 0,2224 | 1,05 | 0,3531 | 1,51 | 0,4345 |
| 0,14 | 0,0557 | 0,60 | 0,2257 | 1,06 | 0,3554 | 1,52 | 0,4357 |
| 0,15 | 0,0596 | 0,61 | 0,2291 | 1,07 | 0,3577 | 1,53 | 0,4370 |
| 0,16 | 0,0636 | 0,62 | 0,2324 | 1,08 | 0,3599 | 1,54 | 0,4382 |
| 0,17 | 0,0675 | 0,63 | 0,2357 | 1,09 | 0,3621 | 1,55 | 0,4394 |
| 0,18 | 0,0714 | 0,64 | 0,2389 | 1,10 | 0,3643 | 1,56 | 0,4406 |
| 0,19 | 0,0753 | 0,65 | 0,2422 | 1,11 | 0,3665 | 1,57 | 0,4418 |
| 0,20 | 0,0793 | 0,66 | 0,2454 | 1,12 | 0,3686 | 1,58 | 0,4429 |
| 0,21 | 0,0832 | 0,67 | 0,2486 | 1,13 | 0,3708 | 1,59 | 0,4441 |
| 0,22 | 0,0871 | 0,68 | 0,2517 | 1,14 | 0,3729 | 1,60 | 0,4452 |
| 0,23 | 0,0910 | 0,69 | 0,2549 | 1,15 | 0,3749 | 1,61 | 0,4463 |
| 0,24 | 0,0948 | 0,70 | 0,2580 | 1,16 | 0,3770 | 1,62 | 0,4474 |
| 0,25 | 0,0987 | 0,71 | 0,2611 | 1,17 | 0,3790 | 1,63 | 0,4484 |
| 0,26 | 0,1026 | 0,72 | 0,2642 | 1,18 | 0,3810 | 1,64 | 0,4495 |
| 0,27 | 0,1064 | 0,73 | 0,2673 | 1,19 | 0,3830 | 1,65 | 0,4505 |
| 0,28 | 0,1103 | 0,74 | 0,2703 | 1,20 | 0,3849 | 1,66 | 0,4515 |
| 0,29 | 0,1141 | 0,75 | 0,2734 | 1,21 | 0,3869 | 1,67 | 0,4525 |
| 0,30 | 0,1179 | 0,76 | 0,2764 | 1,22 | 0,3883 | 1,68 | 0,4535 |
| 0,31 | 0,1217 | 0,77 | 0,2794 | 1,23 | 0,3907 | 1,69 | 0,4545 |
| 0,32 | 0,1255 | 0,78 | 0,2823 | 1,24 | 0,3925 | 1,70 | 0,4554 |
| 0,33 | 0,1293 | 0,79 | 0,2852 | 1,25 | 0,3944 | 1,71 | 0,4564 |
| 0,34 | 0,1331 | 0,80 | 0,2881 | 1,26 | 0,3962 | 1,72 | 0,4573 |
| 0,35 | 0,1368 | 0,81 | 0,2910 | 1,27 | 0,3980 | 1,73 | 0,4582 |
| 0,36 | 0,1406 | 0,82 | 0,2939 | 1,28 | 0,3997 | 1,74 | 0,4591 |
| 0,37 | 0,1443 | 0,83 | 0,2967 | 1,29 | 0,4015 | 1,75 | 0,4599 |
| 0,38 | 0,1480 | 0,84 | 0,2995 | 1,30 | 0,4032 | 1,76 | 0,4608 |
| 0,39 | 0,1517 | 0,85 | 0,3023 | 1,31 | 0,4049 | 1,77 | 0,4616 |
| 0,40 | 0,1554 | 0,86 | 0,3051 | 1,32 | 0,4066 | 1,78 | 0,4625 |
| 0,41 | 0,1591 | 0,87 | 0,3078 | 1,33 | 0,4082 | 1,79 | 0,4633 |
| 0,42 | 0,1628 | 0,88 | 0,3106 | 1,34 | 0,4099 | 1,80 | 0,4641 |
| 0,43 | 0,1664 | 0,89 | 0,3133 | 1,35 | 0,4115 | 1,81 | 0,4649 |
| 0,44 | 0,1700 | 0,90 | 0,3159 | 1,36 | 0,4131 | 1,82 | 0,4656 |
| 0,45 | 0,1736 | 0,91 | 0,3186 | 1,37 | 0,4147 | 1,83 | 0,4664 |

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad \text{Приложение 3}$$

Продолжение приложения 3

| | | | | | | | |
|------|--------|------|--------|------|--------|------|----------|
| 1,84 | 0,4671 | 2,06 | 0,4803 | 2,44 | 0,4927 | 2,82 | 0,4976 |
| 1,85 | 0,4678 | 2,08 | 0,4812 | 2,46 | 0,4931 | 2,84 | 0,4977 |
| 1,86 | 0,4686 | 2,10 | 0,4821 | 2,48 | 0,4934 | 2,86 | 0,4979 |
| 1,87 | 0,4693 | 2,12 | 0,4830 | 2,50 | 0,4938 | 2,88 | 0,4980 |
| 1,88 | 0,4699 | 2,14 | 0,4838 | 2,52 | 0,4941 | 2,90 | 0,4981 |
| 1,89 | 0,4706 | 2,16 | 0,4846 | 2,54 | 0,4945 | 2,92 | 0,4982 |
| 1,90 | 0,4713 | 2,18 | 0,4854 | 2,56 | 0,4948 | 2,94 | 0,4684 |
| 1,91 | 0,4719 | 2,20 | 0,4861 | 2,58 | 0,4951 | 2,96 | 0,4985 |
| 1,92 | 0,4726 | 2,22 | 0,4868 | 2,60 | 0,4953 | 2,98 | 0,4986 |
| 1,93 | 0,4732 | 2,24 | 0,4875 | 2,62 | 0,4956 | 3,00 | 0,49865 |
| 1,94 | 0,4738 | 2,26 | 0,4881 | 2,64 | 0,4959 | 3,20 | 0,49931 |
| 1,95 | 0,4744 | 2,28 | 0,4887 | 2,66 | 0,4961 | 3,40 | 0,49966 |
| 1,96 | 0,4750 | 2,30 | 0,4893 | 2,68 | 0,4963 | 3,60 | 0,499841 |
| 1,97 | 0,4756 | 2,32 | 0,4898 | 2,70 | 0,4965 | 3,80 | 0,499928 |
| 1,98 | 0,4761 | 2,34 | 0,4904 | 2,72 | 0,4967 | 4,00 | 0,499968 |
| 1,99 | 0,4767 | 2,36 | 0,4909 | 2,74 | 0,4969 | 4,50 | 0,499997 |
| 2,00 | 0,4772 | 2,38 | 0,4913 | 2,76 | 0,4971 | 5,00 | 0,499997 |
| 2,02 | 0,4783 | 2,40 | 0,4918 | 2,78 | 0,4973 | | |
| 2,04 | 0,4793 | 2,42 | 0,4922 | 2,80 | 0,4974 | | |

Таблица значений функции $t_\gamma = t(\gamma, n)$

| $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 | $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 |
|-----------------------|------|------|-------|-----------------------|-------|-------|-------|
| 5 | 2,78 | 4,60 | 8,61 | 20 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 6 | 2,57 | 4,03 | 6,86 | 25 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 7 | 2,45 | 3,71 | 5,96 | 30 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 8 | 2,37 | 3,50 | 5,41 | 35 | 2,032 | 2,720 | 3,600 |
| 9 | 2,31 | 3,36 | 5,04 | 40 | 2,023 | 2,708 | 3,558 |
| 10 | 2,26 | 3,25 | 4,78 | 45 | 2,016 | 2,692 | 3,527 |
| 11 | 2,23 | 3,17 | 4,59 | 50 | 2,009 | 2,679 | 3,502 |
| 12 | 2,20 | 3,11 | 4,44 | 60 | 2,001 | 2,662 | 3,464 |
| 13 | 2,18 | 3,06 | 4,32 | 70 | 1,996 | 2,649 | 3,439 |
| 14 | 2,16 | 3,01 | 4,22 | 80 | 1,991 | 2,640 | 3,418 |
| 15 | 2,15 | 3,98 | 4,14 | 90 | 1,987 | 2,633 | 3,403 |
| 16 | 2,13 | 3,95 | 4,07 | 100 | 1,984 | 2,627 | 3,392 |
| 17 | 2,12 | 3,92 | 4,02 | 120 | 1,980 | 2,617 | 3,374 |
| 18 | 2,11 | 3,90 | 3,97 | ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |
| 19 | 2,10 | 3,88 | 3,92 | | | | |

Приложение 5

Таблица значений функции $q_\gamma = q(\gamma, n)$

| $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 | $n \backslash \gamma$ | 0,95 | 0,99 | 0,999 |
|-----------------------|------|------|-------|-----------------------|-------|-------|-------|
| 5 | 1,37 | 2,67 | 5,64 | 20 | 0,37 | 0,58 | 0,88 |
| 6 | 1,09 | 2,01 | 3,88 | 25 | 0,32 | 0,49 | 0,73 |
| 7 | 0,92 | 1,62 | 2,98 | 30 | 0,28 | 0,43 | 0,63 |
| 8 | 0,80 | 1,38 | 2,42 | 35 | 0,26 | 0,38 | 0,56 |
| 9 | 0,71 | 1,20 | 2,06 | 40 | 0,24 | 0,35 | 0,50 |
| 10 | 0,65 | 1,08 | 1,80 | 45 | 0,22 | 0,32 | 0,46 |
| 11 | 0,59 | 0,98 | 1,60 | 50 | 0,21 | 0,30 | 0,43 |
| 12 | 0,55 | 0,90 | 1,45 | 60 | 0,188 | 0,269 | 0,38 |
| 13 | 0,52 | 0,83 | 1,33 | 70 | 0,174 | 0,245 | 0,34 |
| 14 | 0,48 | 0,78 | 1,23 | 80 | 0,161 | 0,226 | 0,31 |
| 15 | 0,46 | 0,73 | 1,15 | 90 | 0,151 | 0,211 | 0,29 |
| 16 | 0,44 | 0,70 | 1,07 | 100 | 0,143 | 0,198 | 0,27 |
| 17 | 0,42 | 0,66 | 1,01 | 150 | 0,115 | 0,160 | 0,211 |
| 18 | 0,40 | 0,63 | 0,96 | 200 | 0,099 | 0,136 | 0,185 |
| 19 | 0,39 | 0,60 | 0,92 | 250 | 0,089 | 0,120 | 0,162 |

Критические точки распределения χ^2

| Число степеней свободы r | Уровень значимости α | | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|-------|------|--------|---------|---------|
| | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,95 | 0,975 | 0,99 |
| 1 | 6,6 | 5,0 | 3,8 | 0,0039 | 0,00098 | 0,00016 |
| 2 | 9,2 | 7,4 | 6,0 | 0,103 | 0,051 | 0,020 |
| 3 | 11,3 | 9,4 | 7,8 | 0,352 | 0,216 | 0,115 |
| 4 | 13,3 | 11,1 | 9,5 | 0,711 | 0,484 | 0,297 |
| 5 | 15,1 | 12,8 | 11,1 | 1,15 | 0,831 | 0,554 |
| 6 | 16,8 | 14,4 | 12,6 | 1,64 | 1,24 | 0,872 |
| 7 | 18,5 | 16,0 | 14,1 | 2,17 | 1,69 | 1,24 |
| 8 | 20,1 | 17,5 | 15,5 | 2,73 | 2,18 | 1,65 |
| 9 | 21,7 | 19,0 | 16,9 | 3,33 | 2,70 | 2,09 |
| 10 | 23,2 | 20,5 | 18,3 | 3,94 | 3,25 | 2,56 |
| 11 | 24,7 | 21,9 | 19,7 | 4,57 | 3,82 | 3,05 |
| 12 | 26,2 | 23,3 | 21,0 | 5,23 | 4,40 | 3,57 |
| 13 | 27,7 | 24,7 | 22,4 | 5,89 | 5,01 | 4,11 |
| 14 | 29,1 | 26,1 | 23,7 | 6,57 | 5,63 | 4,66 |
| 15 | 30,6 | 27,5 | 25,0 | 7,26 | 6,26 | 5,23 |
| 16 | 32,0 | 28,8 | 26,3 | 7,96 | 6,91 | 5,81 |
| 17 | 33,4 | 30,2 | 27,6 | 8,67 | 7,56 | 6,41 |
| 18 | 34,8 | 31,5 | 28,9 | 9,39 | 8,23 | 7,01 |
| 19 | 36,2 | 32,9 | 30,1 | 10,1 | 8,91 | 7,63 |
| 20 | 37,6 | 34,2 | 31,4 | 10,9 | 9,59 | 8,26 |
| 21 | 38,9 | 35,5 | 32,7 | 11,6 | 10,3 | 8,90 |
| 22 | 40,3 | 36,8 | 33,9 | 12,3 | 11,0 | 9,54 |
| 23 | 41,6 | 38,1 | 35,2 | 13,1 | 11,7 | 10,2 |
| 24 | 43,0 | 39,4 | 36,4 | 13,8 | 12,4 | 10,9 |
| 25 | 44,3 | 40,6 | 37,7 | 14,6 | 13,1 | 11,5 |
| 26 | 45,6 | 41,9 | 38,9 | 15,4 | 13,8 | 12,2 |
| 27 | 47,0 | 43,2 | 40,1 | 16,2 | 14,6 | 12,9 |
| 28 | 48,3 | 44,5 | 41,3 | 16,9 | 15,3 | 13,6 |
| 29 | 49,6 | 45,7 | 42,6 | 17,7 | 16,0 | 14,3 |
| 30 | 50,9 | 47,0 | 43,8 | 18,5 | 16,8 | 15,0 |

| Число степеней свободы r | Уровень значимости α (двусторонняя критическая область) | | | | | |
|----------------------------|---|------|-------|-------|-------|--------|
| | 0,01 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,002 | 0,001 |
| 1 | 6,31 | 12,7 | 31,82 | 63,7 | 318,3 | 637,0 |
| 2 | 2,92 | 4,30 | 6,97 | 9,92 | 22,33 | 31,60 |
| 3 | 2,35 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 10,22 | 12,90 |
| 4 | 2,13 | 2,78 | 3,75 | 4,60 | 7,17 | 8,61 |
| 5 | 2,01 | 2,57 | 3,37 | 4,03 | 5,98 | 6,86 |
| 6 | 1,94 | 2,45 | 3,14 | 3,71 | 5,21 | 5,96 |
| 7 | 1,89 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 4,79 | 5,40 |
| 8 | 1,86 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 4,50 | 5,04, |
| 9 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 11 | 1,80 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,03 | 4,44 |
| 12 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 13 | 1,77 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 3,85 | 4,22 |
| 14 | 1,76 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 3,79 | 4,14 |
| 15 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |
| 16 | 1,75 | 2,12 | 2,58 | 2,92 | 3,69 | 4,01 |
| 17 | 1,74 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,65 | 3,96 |
| 18 | 1,73 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,61 | 3,92 |
| 19 | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,58 | 3,88 |
| 20 | 1,73 | 2,09 | 2,53 | 2,85 | 3,55 | 3,85 |
| 21 | 1,72 | 2,08 | 2,52 | 2,83 | 3,53 | 3,82 |
| 22 | 1,72 | 2,07 | 2,51 | 2,82 | 3,51 | 3,79 |
| 23 | 1,71 | 2,07 | 2,50 | 2,81 | 3,49 | 3,77 |
| 24 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,80 | 3,47 | 3,74 |
| 25 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,79 | 3,45 | 3,72 |
| 26 | 1,71 | 2,06 | 2,48 | 2,78 | 3,44 | 3,71 |
| 27 | 1,71 | 2,05 | 2,47 | 2,77 | 3,42 | 3,69 |
| 28 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,66 |
| 29 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,66 |
| 30 | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,75 | 3,39 | 3,65 |
| 40 | 1,68 | 2,02 | 2,42 | 2,70 | 3,31 | 3,55 |
| 60 | 1,67 | 2,00 | 2,39 | 2,66 | 3,23 | 3,46 |
| 120 | 1,66 | 1,98 | 2,36 | 2,62 | 3,17 | 3,37 |
| $+\infty$ | 1,64 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,09 | 3,29 |
| | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,002 | 0,001 | 0,0005 |
| | Уровень значимости α (односторонняя критическая область) | | | | | |

