

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФИО: Степанов Павел Иванович

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

Должность: Руководитель НТИ НИЯУ МИФИ

высшего образования

Дата подписания: 26.02.2024 17:31:31

Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"

Уникальный программный ключ:

8c65c591e26b2d8e460927740cf752622aa3b295

**НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

Кафедра общенаучных дисциплин

**УТВЕРЖДЕНА**

Ученым советом НТИ НИЯУ МИФИ

Протокол №1 «30 января» 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Дискретная математика»**

Направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Профиль подготовки «Автоматизированные системы обработки информации и управления».

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная

г. Новоуральск, 2024

Курс 2, семестр 3

Объём учебных занятий в часах:

Аудиторные занятия: лекции – 18, практика –36, всего 54 ч.;

Самостоятельная работа: 63 ч.;

Общий объём курса – 144 ч.

Трудоёмкость 4 ЗЕТ.

Форма отчётности – Экзамен

Учебную программу составил ст. преподаватель каф. ВМ НТИ НИЯУ МИФИ

Орлов Юрий Владимирович

## СОДЕРЖАНИЕ

1	Цели освоения учебной дисциплины.....	3
2	Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО .....	3
3	Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине и их соотношение с планируемыми результатами освоения образовательной программы	
3.1	Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине .....	5
3.2.	Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине (З, У, В) .....	5
3.3.	Соотношение планируемых результатов обучения по учебной дисциплине и результатов освоения образовательной программы .....	5
4	Структура и содержание учебной дисциплины .....	6
5	Содержание дисциплины .....	7
6	Типовые работы в семестре (ФОС) .....	10
7	Критерий итоговой оценки .....	12
8	Пример экзаменационного билета .....	13
9	УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....	14
10	Дополнения и изменения к рабочей программе .....	17

## **1 ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения учебной дисциплины "Дискретная математика", как дисциплины математического цикла, является воспитание достаточно высокой математической культуры, развитие у студентов широкого кругозора в области математики и умения использовать математические методы для решения практических задач.

## **2 МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО**

Данная учебная дисциплина входит в Естественнонаучный образовательный модуль раздела Б1 «Естественнонаучный цикл».

Данный курс является подготовительным для спецкурсов, использующих методы дискретной математики («Дискретизация информации», «Математические основы обработки сигналов», «Элементы цифровых электронных схем цепи и микросхемотехника» и т.д.). Курс читается в 3 семестре, перед этим уже рассмотрен курс «Математика» из 2 семестров с изучением 3-го семестра. В четвёртом семестре изучается курс «Теория вероятностей и математическая статистика», и «Теория функции комплексной переменной» в которых многократно используются знания из этого курса.

Предшествующий уровень образования обучаемого – среднее (полное) общее образование или среднее профессиональное образование.

Дисциплина включает следующие разделы:

- Теория множеств,
- Элементы комбинаторики,
- Основы математической логики,
- Графы,
- Оптимизация на взвешенных графах,
- Основные задачи дискретной математики,

### **3 Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине и их соотношение с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

**3.1** Данная дисциплина участвует в формировании следующих компетенций:

**ОКП-1** Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

**УКЕ-1** Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах;

**В14** Формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценность избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду;

**В15** Формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии.

**3.2. Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине В результате освоения дисциплины студент должен:**

Знать: основные действия над множествами, способы вычисления числа возможных комбинаций, способы представления логических (переключательных) функций, способы представления графов и методы оптимизации на графах, постановку и решение транспортных задач, анализ марковских цепей;

Уметь: применять действия над множествами, построить таблицу истинности логической функции, построить переключательную схему и упростить её, анализировать процессы с помощью графов, решать транспортную задачу, анализировать системы массового обслуживания;

Владеть: методами анализа действий над множествами, вычисления чисел комбинаций, навыками работы с логическими функциями, способами анализа графов.

## 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Недели	Тема	Часов		Отчётность		
		Лекции	Практики	вид	выдана	сдана
1	Множества, действия над ними.	2	2	ТР №1	2 н.	
2	Мощность множества. Элементы комбинаторики.		2			
3	Бинарные отношения, функции. Виды бесконечных множеств.	2	2			
4	Непрерывное и дискретное изменение величины.		2			
5	Общее понятие логической функции. Основные логические функции	2	2	ТР №2	6 н.	
6	СДНФ, СКНФ	2	2			
7	Переключательные схемы и переключательные функции		2			
8	Упрощение переключательных функций		2			
9	Логика высказываний	2	2			10 н.
10	Способы задания графов.	2	2	ТР №3	15 н.	
11	Маршруты и циклы в графе.		2			
12	Связность графа, его каркас. Дерево и лес.	2	2			
13	Планарность графа.		2			
14	Ориентированные, взвешенные графы, сети.		2			
15	Оптимальный маршрут во взвешенном графе. Ханойская башня. Задача о рюкзаке.		2			
16	Транспортная задача (ТЗ).	2	2	АКР №1	18 н.	
17	Метод потенциалов.		2			
18	Доп. условия ТЗ		2			
	Зачётная работа	По расписанию сессии				
<b>Итого:</b>		<b>18</b>	<b>36</b>	<b>3 ТР, 1 АКР</b>	<b>Зачет</b>	

ТР №1 Множества, комбинаторика; ТР №2 Математическая логика;  
 ТР №3 Графы; АКР №1 Транспортная задача. Контр. работа 72 ч.  
 Общая трудоёмкость дисциплины 4 ЗЕТ.

## **5 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Теория множеств (Л – 2 ч., Пр.– 4 ч.)**

- 1 Способы задания множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Действия над множествами: сравнение, объединение, пересечение, , разность и симметрическая разность двух и более множеств. Универсальное множество и операция дополнения множества. Основные свойства перечисленных действий.
- 2 Мощность конечного множества, мощность объединения нескольких множеств (формула включения-исключения).
- 3 Элементы комбинаторики: Прямое (декартово) произведение множеств и число простых комбинаций (векторов); Числа перестановок, размещений и сочетаний. Треугольник Паскаля, бином Ньютона. Их связь с числом подмножеств.
- 4 Соответствия на множествах, их виды. Понятие функции. Взаимооднозначные соответствия, их связь с мощностью множеств.
- 5 Понятие счётного множества. Счётность множества целых и рациональных чисел. Теорема Кантора. Континуальные множества.
- 6 Непрерывное и дискретное изменение переменной величины. Процесс дискретизации непрерывной переменной, переход от аналогового (непрерывного) сигнала к цифровому (дискретному).

### **Математическая логика (Л – 6 ч., Пр.–10 ч.)**

- 7 Определение логических функций нескольких переменных. Число всевозможных наборов логических переменных и логических функций от  $n$  переменных. Правило составления таблицы истинности логической функции.
- 8 Все логические функции одной переменной (одноместные логические операции). Определения и таблицы истинности основных логических функций от двух переменных (бинарных логических операций): конъюнкции, дизъюнкции, строгой дизъюнкции, импликации, эквиваленции.
- 9 Перечисление всех логических функций двух переменных в виде сводной таблицы с указанием названий каждой из них.
- 10 Проверка совпадения двух логических функций с одинаковым числом переменных по их таблицам истинности. Понятие тавтологии (тождественно-истинной функции, константы). Основные логические тождества.

- 11 Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) и СДНФ. Единственность СДНФ. Получение СДНФ по таблице истинности логической функции. Получение из ДНФ соответствующей СДНФ.
- 12 Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) и СКНФ. Единственность СДНФ. Получение СКНФ по таблице истинности логической функции. Получение из КНФ соответствующей СКНФ.
- 13 Переключательная схема и реализуемая ей переключательная функция. Изображение с помощью двоичного куба. Построение переключательной схемы по переключательной функции.
- 14 Минимизация логической (переключательной) функции с помощью тождеств; на двоичном кубе; метод склейки.
- 15 Графическое представление логической (переключательной) функции как зависимости выходного сигнала от входных с помощью стандартных элементов.
- 16 Запись высказывания в виде логической функции (формулы) и его проверка на логичность, непротиворечивость (является ли высказывание тавтологией).
- 17 Теорема как высказывание, её посыл (условия) и заключение (вывод). Случаи верных и неверных теорем. Прямая, обратная и противоположная теоремы. Необходимое условие и достаточное условие в виде теорем, случаи выполнения и нарушения необходимого и (или, либо) достаточного условий.
- 18 Замкнутый класс логических функций. Полная система функций. Теорема (Поста) о полноте системы логических функций. Классы сохраняющих константы 0 и 1, монотонных, самодвойственных, линейных функций. Примеры полных систем логических функций.

### **Графы (Л – 6 ч., Пр.– 12 ч.)**

36. Общие понятия: граф, множество его вершин и дуг; смежность вершин и задание графа матрицей (списком) смежностей; инцидентность дугам графа его вершин, матрица (список) инцидентностей; Ребра в неориентированном графе и способ представления ориентированного графа неориентированным, вид матрицы смежностей при этом; Задание графа бинарным отношением на некотором множестве.
37. Эквивалентность двух графов, способ проверки эквивалентности графов при их задании матрицами смежностей. Критерий неэквивалентности графов.

38. Понятия маршрута в графе, достижимости одной вершины из другой, цикла, простого маршрута. Связность (односвязность) графа, его многосвязность.
39. Эйлеров цикл в односвязном графе. Теорема Эйлера о наличии эйлерова цикла или маршрута в графе. Задача о кенигсбергских мостах, о возможности изобразить фигуру без отрыва и прохождения дважды, задача о пересечении всех рёбер графа непрерывной линией.
40. Задача о трёх колодцах и трёх домах. Понятие планарного графа. Планарный граф как изображение многогранника на плоскости. Теорема Эйлера о многогранниках (о планарности графа). Теорема о непланарности графа. Укладка планарного графа на сфере и непланарного  $K_{3,3}$  на торе.
41. Взвешенные графы, их применение для описания сложных процессов. Алгоритм отыскания маршрута с наименьшим общим весом и критического маршрута в сети. Анализ общего времени выполнения сложного процесса и возможность его уменьшения.
42. Применение графов при анализе систем, которые могут находиться в нескольких состояниях. Анализ задачи о Ханойской башне.
43. Постановка задачи о рюкзаке, её решение методами перебора, ветвей и границ, динамического программирования.

### **Транспортная задача (Л – 2 ч., Пр. – 6 ч.)**

44. Стандартный вид транспортной задачи, изображение в виде графа или таблицей. Условие разрешимости транспортной задачи. Введение дополнительных пунктов назначения или отправления. Нахождение опорного решения (плана) методами северо-западного угла и наименьшего элемента.
45. Метод потенциалов проверки опорного решения на оптимальность. Сдвиг по циклу в опорном решении.
46. Дополнительные условия в транспортной задаче: запрет пути, перевозка заданного, не менее либо не более заданного количества.

## **6 Типовые работы в семестре, ФОС (один вариант): ТР №1 (Множества и комбинаторика)**

- 1) Для множеств  $A = \{a, b, c, \{d, e\}, f\}$ ,  $B = \{\{a, g\}, b, c, h\}$  найти
- $|A|, |B|$ ;
  - $|A \cap B| - |A \setminus B|$ ;
  - Мощность для  $A \times B$  и указать несколько его элементов;
  - Число всевозможных перестановок всех элементов  $A$  и указать несколько таких перестановок;
  - Число всевозможных подмножеств для  $B$  и указать несколько подмножеств различной мощности;
- 2) Определить число возможных числовых пар без повторений, каждое из чисел является натуральным числом от 7 до 20 чётным и не кратным пяти.
- 3) Вычислить  $\frac{C_7^2 \cdot A_5^3}{5!}$ .

### ТР №2 (Логика)

- 1) Составить таблицу истинности логической функции  $f(x, y, z) = (x \rightarrow (\bar{y} \oplus z)) \& (y \leftrightarrow (x \vee z))$ , по ней записать функцию в виде ДНФ и КНФ, построив переключательную схему и минимизировать её;
- 2) Требуется соединить четыре выключателя в схему так, что лампа загорится в случаях, когда включен первый и выключен второй или в случае включения большинства из выключателей с номерами 2, 3, 4. Для такой схемы составить переключательную функцию, записать её СДНФ и СКНФ, затем минимизировать и изобразить полученную схему;
- 3) Проверить логичность следующего вывода:  
 «Если на улице дождя нет, то я не беру зонт. Если я взял зонт, то надеваю и плащ. Сегодня я плаща не одел. Следовательно, сегодня дождя не было».

### Тест

#### 1. Шмурдик боится как мышей, так и тараканов.

- а. шмурдик не боится тараканов;
- б. шмурдик боится мышей;
- в. шмурдик боится мышей больше, чем тараканов, но и тараканов боится тоже.

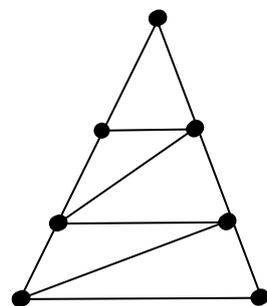
#### 2. Известно, что гримзик обязательно или полосат, или рогат, или то и другое вместе.

- а. grymзик не может быть безрогим;
  - б. grymзик не может быть однотонным и безрогим одновременно;
  - с. grymзик не может быть полосатым и безрогим одновременно.
- ..... (30 заданий)

### ТР №3

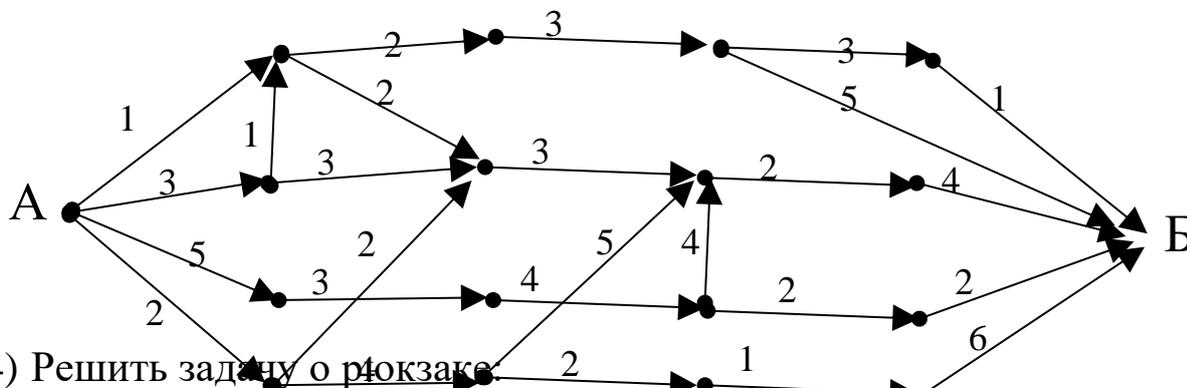
1) Изобразить граф, заданный своей матрицей смежности A, составить его матрицу инцидентности, составить матрицу достижимости из каждой вершины и проверить связность графа. Изобразить рядом эквивалентный ему граф.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



2) Возможно ли соединить семь точек как на рисунке непрерывной линией без её наложений и прохождения по участкам дважды?

3) Во взвешенном графе найти маршрут из A в Б с наименьшей суммой весов и критический маршрут (с наибольшей суммой весов).



4) Решить задачу о рюкзаке:

Номер предмета	1	2	3	4
Вес предмета	2	3	5	1
Цена предмета	4	10	20	6

Уложить в рюкзак предметы с максимальной общей ценой и общим весом не более 9.

## 7 КРИТЕРИЙ ИТОГОВОЙ ОЦЕНКИ

В течение семестра по каждой пройденной теме проводится ДЗ или АКР. Каждая работа оценивается в баллах, при их своевременном, правильном решении, регулярной посещаемости и активности на

занятиях студент может набрать 50 баллов. При несвоевременной сдаче работ допускается снижение набранных баллов.

№ п/п	Наименование раздела	Текущий контроль	Время (неделя)		Максимальный балл
			получение	сдача	
1	Теория множеств. Элементы комбинаторики	ТР №1	2	4	10
2	Математическая логика	ТР №2	6	10	10
3	Графы. Оптимизация на графах	ТР №3	10	16	10
4	Транспортная задача				
5	Цепи Маркова (массовое обслуживание)	АКР №1	18	(2 часа)	10
6	Посещаемость, активность на занятиях				10
7	Экзамен	Расписание сессии			50

Для допуска к экзамену необходимо набрать минимум 35 баллов. На экзамене за ограниченное время следует решить 4 задачи по всем пройденным темам, для получения оценки ХОР и ОТЛ требуется формулировка применяемых понятий и их свойств.

Оценка с учётом суммарно набранных баллов выставляется по таблице

Оценка по 5 бальной шкале	Зачет	Сумма баллов по дисциплине	Оценка (ECTS)	Градация
5 (отлично)	Зачтено	90-100	A	Отлично
4 (хорошо)		85-89	B	Очень хорошо
		75-84	C	Хорошо
		70-74	D	Удовлетворительно
		65-69		
3 (удовлетворительно)		60-64	E	Посредственно
2 (неудовлетворительно)	Не зачтено	Ниже 60	F	Неудовлетворительно

## 8 Пример билета на экзамене:

**НТИ НИЯУ МИФИ**  
**кафедра высшей математики**  
**Билет №1**

**экзамена** по курсу «Дискретная математика» для ИТ-21

1) Для множеств  $M = \{-1, 1, 2, 3, 4, F, T1\}$ ,

$$N = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 5, x - \text{четное}\}, K = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x \leq 4\}$$

найти  $M \cap N, M \cup N, (M \setminus N) \setminus K$  при  $\Omega = M \cup N \cup K$ .

2) Изобразить переключательную схему, реализующую функцию

$$f(x, y, z) = ((x \oplus y) \rightarrow z) \vee (y \& z).$$

3) Изобразить граф, заданный своей матрицей смежностей

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ составить его список инцидентностей.}$$

Записать матрицу смежностей эквивалентного ему графа, изобразив его.

4) Найти опорное решение транспортной задачи, заданной таблицей и проверить его на оптимальность методом потенциалов.

пункты отправления	Пункты назначения				Запасы пунктов отправления (т.)
	<b>В<sub>1</sub></b>	<b>В<sub>2</sub></b>	<b>В<sub>3</sub></b>	<b>В<sub>4</sub></b>	
<b>А<sub>1</sub></b>	2	3	1	4	<b>250</b>
<b>А<sub>2</sub></b>	4	5	2	1	<b>600</b>
<b>А<sub>3</sub></b>	2	3	5	2	<b>350</b>
<b>Потребности (т.)</b>	<b>300</b>	<b>250</b>	<b>200</b>	<b>300</b>	

Составил \_\_\_\_\_ Орлов Ю.В.  
Зав.Кафедрой \_\_\_\_\_

Новоуральск 2025

## **9 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **а) Основная литература:**

- 1) Спирина М.С. «Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. Проф. Образования». – 8-е изд., стер. – М.: Изд. Центр «Академия», 2012. – 368 с.;
- 2) Новиков Ф.А., «Дискретная математика для программистов», 2-е издание – СПб.; Питер, 2004. – 364 с.
- 3) Кузнецов О. П. , Адельсон-Вельский Г. М. , Дискретная математика для инженера. М : Энергоатомиздат, 2002. -480 с.

### **б) Дополнительная литература:**

- 1) Г.И. Москвинова «Дискретная математика. Математика для менеджера в примерах и упражнениях» – М. Логос, 2000. – 121 с.
- 2) Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. СПб.: Питер, 2004. – 304 с.

### **в) Информационное обеспечение (электронные документы)**

- А.П. Золотарёв «Элементы комбинаторики» Учебное пособие по курсу “Высшая математика ” (для студентов всех специальностей и всех форм обучения) .-Новоуральск, НГТИ, 2005.-23 с.
- А.П. Золотарёв «Основы логики высказываний. Методические указания по курсу «Математическая логика и теория алгоритмов». –НГТИ. 2005. – 48 с.

## Приложение

# Фонд оценочных средств

по дисциплине

# ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

### Содержание:

№	Содержание	Стр.
1	Контрольная работа по теме «Множества и комбинаторика» .....	4
2	Контрольная работа по теме «Графы».....	6
3	Контрольная работа по теме «Транспортная задача».....	7
4	Контрольная работа по теме «Задача о рюкзаке».....	9
5	Контрольная работа по теме «Задача коммивояжера» .....	10
6	Контрольная работа по теме «Корреляционная таблица» .....	11

# 1 Контрольная работа по теме «Множества и комбинаторика»

## Вариант №1

**№1** Для множеств  $A, B, C$  при универсальном множестве  $\Omega = A \cup B \cup C$  найти

- 1) множество  $M = (A \cap \bar{B}) \cup (C / B)$ ,
- 2) множество  $K = \bar{A} \cup \bar{B}$ ,
- 3) мощности  $|M|, |K|$  найденных множеств,
- 4) мощность прямого произведения множеств  $K$  и  $M$ , несколько его элементов,
- 5) число перестановок всех элементов  $K$  с несколькими примерами,
- 6) число различных подмножеств для  $M$  с несколькими примерами,
- 7) число двухэлементных подмножеств без повторений для  $K$  с несколькими примерами,
- 8) число различных трехэлементных векторов с элементами из  $M$ 
  - а) без повторений составляющих;
  - б) с любым количеством повторов элементов

$$A = \{1, 2, 3, 5, a, T, P\}, B = \{2, 3, 4, 5, a, H, P\}, C = \{0, 1, 2, 4, a, n, AB, H, P\}.$$

**№2** Имеется 8 точек плоскости. При фиксированной начальной точке сколько различных способов пройти по всем точкам единожды и вернуться в начальную точку?

**№3** Имеется 15 мячей. Из них красную полосу имеет 10, синяя у 8 и зелёная у 6. Если красная и синяя есть у трёх, красная и зелёная у двух и синяя с зелёной у четырёх мячей, то сколько мячей имеют все три полосы?

**№4** По треугольнику Паскаля разложить слагаемые

$$(2x - 3)^5 = \dots$$

## Вариант №2

**№1** Для множеств  $A, B, C$  при универсальном множестве  $\Omega = A \cup B \cup C$  найти

1) множество  $M = (A \cap \bar{B}) \cup (C / B)$ ,

2) множество  $K = \bar{A} \cup \bar{B}$ ,

3) мощности  $|M|, |K|$  найденных множеств,

4) мощность прямого произведения множеств  $K$  и  $M$ , несколько его элементов,

5) число перестановок всех элементов  $K$  с несколькими примерами,

6) число различных подмножеств для  $M$  с несколькими примерами,

7) число двухэлементных подмножеств без повторений для  $K$  с несколькими примерами,

8) число различных трехэлементных векторов с элементами из  $M$

а) без повторений составляющих;

б) с любым количеством повторов элементов

$A = \{0, 1, 2, 4, a, n, AB, H, P\}$ ,  $B = \{2, 3, 4, 5, a, H, P\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 5, a, T, P\}$ .

**№2** Имеется 9 ламп различных цветов. Через 10 сек. включается три таких лампы. Через какое максимальное время комбинация цветов повторится?

**№3** На хоккейный турнир приехало 10 команд, каждая должно сыграть со всеми командами. Если в день возможно провести только 4 матча, то сколько дней продлится турнир?

**№4** По треугольнику Паскаля разложить слагаемые

$$(3x - 2)^5 = \dots$$

## 2 Контрольная работа по теме «Графы»

### Вариант №1

**№1** На множестве  $M$  задано бинарное отношение  $\rho(x, y)$ . Построить соответствующий граф, записать его матрицу смежностей и список инцидентностей. Проверить рефлексивность (антирефлексивность), симметричность (антисимметричность) и транзитивность такого отношения.

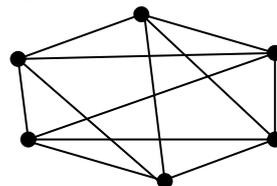
$$M = \{x \in Z : 2 \leq x \leq 6\},$$

$$\rho(x, y) = "x + y < 10"$$

**№2** Граф задан матрицей смежностей. Существуют ли в нём цикл и маршрут Эйлера?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

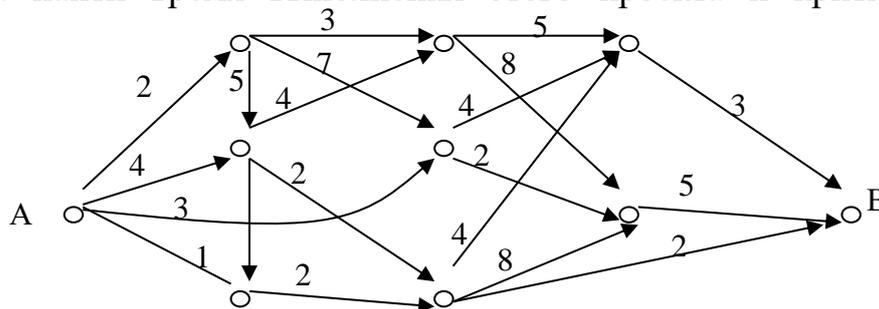
**№3** Возможно ли изобразить на плоскости такой рисунок без отрыва карандаша и прохождения по одному участку дважды?



**№4** В ориентированном графе методом Форда-Беллмана найти путь из  $A$  в  $B$

а) С наименьшей суммой весов;

б) При изображении графом последовательности и времени выполнения операций проекта найти время выполнения этого проекта и критический маршрут.

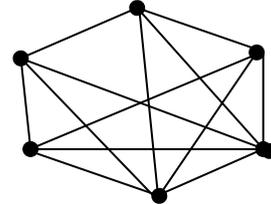


## Вариант №2

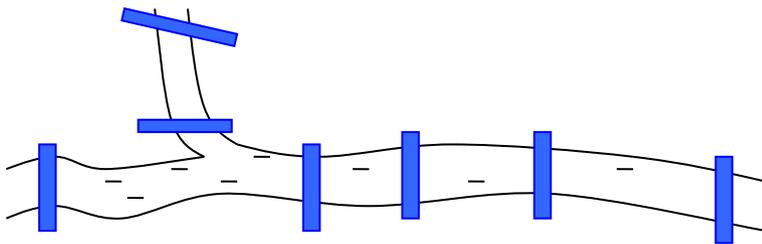
№1 На множестве  $M$  задано бинарное отношение  $\rho(x, y)$ . Построить соответствующий граф, записать его матрицу смежностей и список инцидентностей. Проверить рефлексивность (антирефлексивность), симметричность (антисимметричность) и транзитивность такого отношения.

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}, \quad \rho(x, y) = "x \leq y"$$

№2 Возможно ли изобразить на плоскости такой рисунок без отрыва карандаша и прохождения по одному участку дважды?



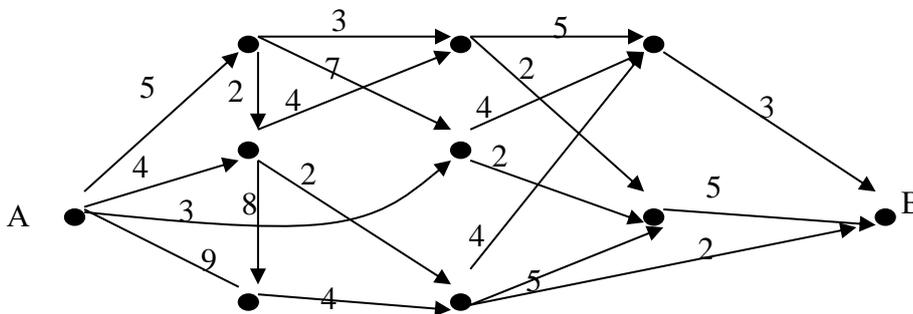
№3 В городе N-ске имеется семь мостов. Можно ли проехать по каждому мосту ровно один раз за весь путь? Если это возможно, то можно ли при этом вернуться в часть города (одну из трёх) с которой начат путь?



№4 В ориентированном графе методом Форда-Беллмана найти путь из A в B

а) С наименьшей суммой весов;

б) При изображении графом последовательности и времени выполнения операций проекта найти время выполнения этого проекта и критический маршрут.



### 3 Контрольная работа «Транспортная задача»

#### Вариант №1

В трех пунктах отправления  $A_1, A_2, A_3$  сосредоточен одинаковый груз, который необходим каждому из четырех пунктов назначения  $B_1, B_2, B_3, B_4$ . Запасы в каждом из пунктов отправления, потребности каждого из пунктов назначения и стоимость перевозки одной тонны груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения указаны в таблице.

1) Составить оптимальный план перевозки, обеспечивающий наименьшую общую стоимость, вычислив её.

пункты отправления	пункты назначения				Запасы пунктов отправления (т.)
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	2	3	1	4	250
$A_2$	4	5	2	1	600
$A_3$	2	3	5	2	350
потребности пунктов назначения (т.)	300	250	200	300	

2) Найти оптимальное решение при дополнительных условиях:

- Из  $A_1$  в  $B_3$  требуется перевезти ровно 100т. груза;
- Из  $A_3$  в  $B_1$  требуется перевезти не менее 25 т. груза.

### Вариант №2

В трех пунктах отправления  $A_1, A_2, A_3$  сосредоточен одинаковый груз, который необходим каждому из четырех пунктов назначения  $B_1, B_2, B_3, B_4$ . Запасы в каждом из пунктов отправления, потребности каждого из пунктов назначения и стоимость перевозки одной тонны груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения указаны в таблице.

1) Составить оптимальный план перевозки, обеспечивающий наименьшую общую стоимость, вычислив её.

пункты отправления	пункты назначения				Запасы пунктов отправления (т.)
	B1	B2	B3	B4	
A1	2	5	1	4	250
A2	4	1	2	1	400
A3	1	3	5	2	350
потребности пунктов назначения ( т. )	250	250	300	400	

2) Найти оптимальное решение при дополнительных условиях:

- Из  $A_1$  в  $B_3$  требуется перевезти ровно 100т. груза;
- Из  $A_3$  в  $B_2$  требуется перевезти не менее 100 т. груза.

#### 4 Контрольная работа по теме «Задача о рюкзаке»

**Вариант №1** Решить задачу о рюкзаке с наибольшей ценой и с общим весом не более 15:

Номер предмета	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Вес предмета	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>4</b>
Цена предмета	<b>4</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>4</b>

**Вариант №2** Решить задачу о рюкзаке с наибольшей ценой и с общим весом не более 14:

Номер предмета	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Вес предмета	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>4</b>
Цена предмета	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>4</b>

## 5 Контрольная работа по теме «Задача коммивояжера»

**Вариант №1** Методом ветвей и границ решить задачу коммивояжера с такой матрицей весов неориентированного графа без петель

	v1	v2	v3	v4	v5
v1		4	3	5	
v2			6	2	3
v3					4
v4					2
v5					

**Вариант №2** Методом ветвей и границ решить задачу коммивояжера с такой матрицей весов неориентированного графа без петель

	v1	v2	v3	v4	v5
v1		8	7		5
v2			6	2	3
v3				3	4
v4					2
v5					