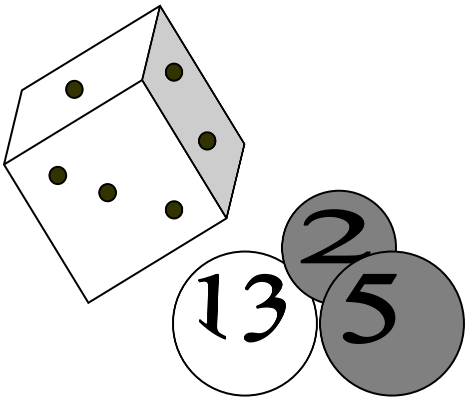
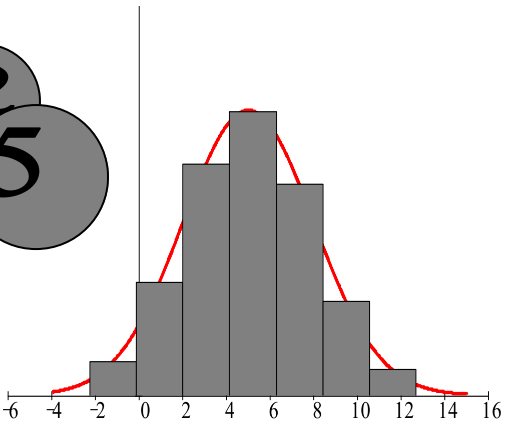
НОВОУРАЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ НИЯУ МИФИ

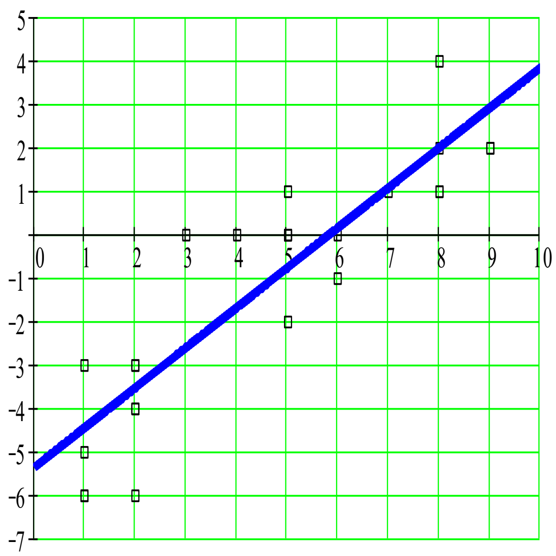
Кафедра физико-математических дисциплин

Теория вероятностей и математическая статистика

Учебно – методическое пособие
по курсу «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»
для студентов 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» **очно-заочной формы обучения**







Новоуральск 2024

УДК 519 $O - 66$
ББК 22.171

МиМ − 2.3. − _________ −24

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
Учебно – методическое пособие (ФОС) по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»для студентов 15.03.05 очно- заочной формы обучения. Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ. 2024 − 36 с.

Пособие составлено ст. преподавателем кафедрывысшей математики НТИ НИЯУ МИФИ Орловым Юрием Владимировичем.

Пособие содержит вопросы к экзамену по разделу «Теория вероятностей и математическая статистика» и 15 вариантов контрольного задания по темам «Вероятность событий», «Случайные величины», «Математическая статистика» и «Корреляция». Задания предназначены для проведения домашний контрольной работыи и подготовки к экзамену по данному курсу.

Пособие обсуждено на заседании кафедры высшей математики НТИ НИЯУ МИФИ и рекомендовано к использованию в учебном процессе студентами всех специальностей заочной формы обучения.

“____”_______________20 ___ г.

Зав. Кафедрой _________________

Содержание

1 Введение

Данное пособие предназначено для студентов заочной формы обучения, изучающих раздел высшей математики «Теория вероятностей и математическая статистика». В пособии содержатся вопросы к экзамену, задания для двух контрольных и справочный материал.

Каждая из контрольных работ состоит из нескольких заданий, в каждом задании 15 вариантов. Студент выполняет один вариант с номером N, где N − его номер в списке группы. При условии N>15 студент выполняет вариант с номером N-15.

Время сдачи решений всех заданий контрольной –до консультации перед экзаменом.

По выполнению контрольной работы студент может набрать до 40 баллов. Работа считается зачтённой при наборе более 25 баллов после проверки. Набранные баллы вместе с баллами экзаменационной работы образуют общий рейтинг студента по данной дисциплине, если они не менее 60 баллов.

Контрольная выполняются в соответствии со стандартом оформления текстовых документов. На титульном листе должно присутствовать название института (НТИ НИЯУ МИФИ), кафедры (физико-математических дисциплин), «контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»» с указанием варианта, фамилия и инициалы выполнившего с указанием группы, фамилии проверяющего и город Новоуральск с указанием года выполнения.

После подробной записи каждого из заданий должно приводиться его аккуратное решение с объяснением логических переходов и указанием примененных формул. После решения отдельно записывается «ответ» на все поставленные вопросы.

При решении контрольного задания рекомендуется воспользоваться конспектами лекций и литературой из приведённого в конце пособия списка.

2Вопросы экзамена

«Теория вероятностей и математическая статистика» 4 семестр

1) Понятие испытания и случайного события. Основные виды испытаний и событий. Действия над событиями: равенство, сумма, произведение, противоположное событие (определения и диаграммы), их основные свойства.
2) Частота и относительная частота события, статистическое определение вероятности события. Понятие исходов испытания, классическое определение вероятности события. Отличие статистического и классического определений вероятности. Аксиомы вероятности.
3) Элементы комбинаторики: определения и способы вычисления чисел перестановок, размещений, сочетаний и их основные свойства. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
4) Выведение вероятности суммы совместных и несовместных событий. Формула включения-исключения.
5) Определения зависимых и независимых событий. Понятие условной вероятности. Формула вероятности произведения событий. Примеры зависимых и независимых событий, вероятности их произведения.
6) Определение гипотез, выведение формулы полной вероятности и правило её применения.Выведение формулы Байеса и правило её применения.
7) Описание схемы Бернулли повторения испытаний. Выведение формулы Бернулли, правило её применения. Наивероятнейшее число появлений события.
8) Геометрическая вероятность, условия её применения. Формулировка и решение задачи о встрече.
9) Определение случайной величины, отличие дискретных случайных величин (ДСВ) от непрерывных случайных величин (НСВ), их примеры. Закон распределения ДСВ, способы вычисления и основные свойства математического ожидания ДСВ.
10) Определение математического ожидания ДСВ, его основные свойства.
11) Определение дисперсии D(X) и среднеквадратичного отклонения σ(X), их основные свойства и правила вычисления для ДСВ.
12) Биномиальное распределение. Выведение M(x), D(x) и σ (x) для биномиального распределения.
13) Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
14) Определение и основные свойства функции распределения F(x).
15) Определение и основные свойства плотности распределения *f(x)* для непрерывных случайных величин (НСВ).

16) Правила вычисления M(x), D(x) и σ(x) для НСВ и их основные свойства.

17) Равномерное распределение: параметры плотности распределения, F(x), M(x), D(x) и σ(x) для него, вероятность попадания в указанный промежуток.

18) Показательное распределение: параметры его плотности распределения *f(x)* и функции распределения F(x), M(x), D(x), σ(x). Функция надёжности. Вероятность попадания в указанный промежуток.

19) Распределения Пуассона: параметры плотности распределения, F(x), M(x), D(x) и σ(x) для него, вероятность попадания в указанный промежуток.

20) Нормальное распределение: нормированная и ненормированная плотность распределения, использование таблиц для вычисления их значений. Влияние параметров нормального распределения на вид нормальной кривой.

21) Функция F(x) нормального распределения, функция Φ(x) и правило пользования её таблицей. Вероятность попадания в указанный промежуток, правило «трёх сигма». Нахождение вероятности отклонения. Центральная предельная теорема.

22) Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Связь нормального, биномиального распределений и распределения Пуассона.

23) Двумерные случайные величины, их закон распределения, условные распределения и условные математические ожидания (при дискретном задании X и Y). Понятия коэффициентов ковариации и корреляции, их основные свойства.

24) Цели и задачи математической статистики. Выборочный метод: понятие выборки, её объёма, различные способы отбора её элементов из генеральной совокупности, репрезентативность выборки.

25) Графическое представление выборки: полигон, гистограмма, выборочные плотность и функция распределения, различные диаграммы.

26) Нахождение числовых характеристик выборки: среднего выборочного $\overline{x}$, выборочной дисперсии $D_в$, S, моды и медианы (общие и сгруппированные).

27) Использование «ложного нуля» и свойств для упрощения вычислений выборочных среднего и дисперсии.

28) Виды статистических оценок: несмещённые, эффективные и состоятельные оценки (на примере M(x)иD(x)). Понятие доверительных интервалов. Доверительные интервалы для M(X) и σ(x).

29) Выдвижение гипотезы о виде распределения. Нахождение параметров равномерного, показательного, Пуассонова и нормального распределений по выборочным данным.

30) Построение нормальной кривой по выборочным данным.

31) Распределение Хи-квадрат, виды его таблиц. Применение критериев согласия Пирсона, Романовского и Колмогорова.

32) Общий план обработки статистических данных.

33) Зависимость и независимость случайных величин, стохастическая и функциональная составляющие зависимости. Корреляционная зависимость. Правило составления корреляционной таблицы по выборочным данным.
34) Правила нахождения средних $\overline{x}$, $\overline{y}$ (центра корреляции), условных средних и правило построения эмпирической линии регрессии по корреляционной таблице.
35) Правила вычисления дисперсий, коэффициентов ковариации, корреляции и детерминации по корреляционной таблице. Анализ полученных коэффициентов. Построение графика линейной регрессии.
36) Общий план выявления линейной зависимости по корреляционной таблице.
37) Постановка задачи и применение метода наименьших квадратов, нахождение параметров кривой Y(x) (общий случай).Правило нахождения параметров линейной регрессии по выборочным данным с помощью метода наименьших квадратов, его связь с
результатамикорреляционного анализа.

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

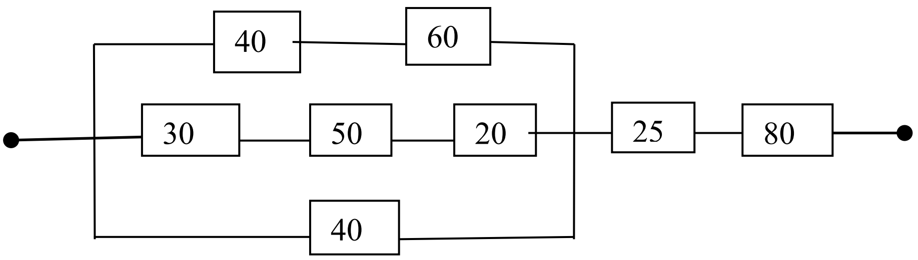
Вариант № 1

№1 (4 балла)

Три станка-автомата изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 7:10:13. Среди деталей брак для станков составляет 2%-3%-1% соответственно. а) Найти долю бракованных деталей в коробке; б)Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из n=10 шаров m=2 окрашены. Из общего числа одновременно берётся k=4 шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=3X+10.

№4 (8 баллов)

Производится серия из Nиспытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не более κ_2 раз

N=5,p=0.8,κ_1=3, κ_2=4	**N=1000,p=0.002,κ_1=3, κ_2=4**	**N=200,p=0.8,κ_1=150, κ_2=180**

№5(15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением**.**

$$\begin{pmatrix} \mathbf{34} & \mathbf{56} & \mathbf{62} & \mathbf{53} & \mathbf{48} & \mathbf{39} & \mathbf{68} & \mathbf{40} & \mathbf{55} & \mathbf{52} \\ \mathbf{60} & \mathbf{33} & \mathbf{18} & \mathbf{53} & \mathbf{71} & \mathbf{60} & \mathbf{46} & \mathbf{58} & \mathbf{59} & \mathbf{42} \\ \mathbf{82} & \mathbf{62} & \mathbf{38} & \mathbf{46} & \mathbf{15} & \mathbf{61} & \mathbf{54} & \mathbf{25} & \mathbf{49} & \mathbf{54} \\ \mathbf{44} & \mathbf{53} & \mathbf{80} & \mathbf{45} & \mathbf{91} & \mathbf{65} & \mathbf{66} & \mathbf{68} & \mathbf{55} & \mathbf{54} \\ \mathbf{51} & \mathbf{23} & \mathbf{52} & \mathbf{48} & \mathbf{55} & \mathbf{91} & \mathbf{34} & \mathbf{48} & \mathbf{46} & \mathbf{38} \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессииY_xна поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**8**	**8**	**6**	**5**	**5**	**4**	**4**	**2**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

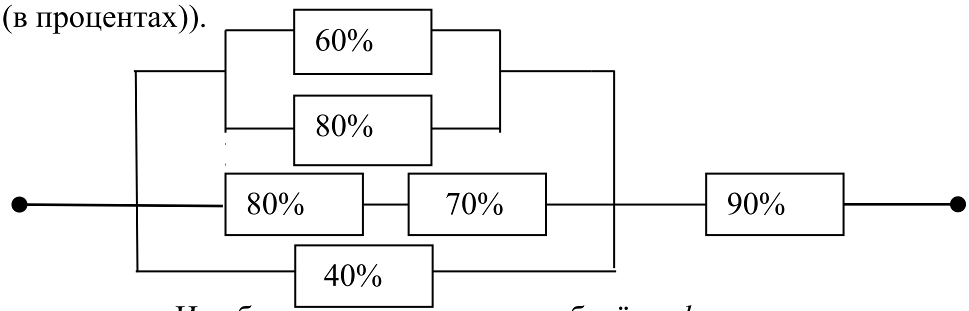
Вариант № 2

№1 (4 балла)

Три рабочих изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 8:10:12. Среди деталей брак для станков составляет 4%-3%-2% соответственно. а) Найти вероятность взять из этой коробки деталь с браком; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m окрашены. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=5X+2, n =10, m=2, k=4

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно k_1 раз; б) от k_1 до k_2 раз включительно; в) не менее k_2 раз

N=4, p=0.7, k_1=1, k_2=2	**N=2000, p=0.001, k_1=1, k_2=3**	**N=100, p=0.8, k_1=75, k_2=82**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 23 & 40 & 27 & 26 & 36 & 57 & 65 & 43 & 34 & 49 \\ 41 & 37 & 30 & 45 & 40 & 48 & 38 & 56 & 47 & 39 \\ 57 & 17 & 34 & 34 & 49 & 43 & 30 & 40 & 34 & 53 \\ 32 & 49 & 60 & 28 & 35 & 31 & 55 & 32 & 38 & 43 \\ 28 & 51 & 44 & 22 & 33 & 34 & 37 & 26 & 46 & 31 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**2**	**4**	**3**	**5**	**5**	**6**	**8**	**7**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 3

№1 (4 балла)

В выбранном городе 30% женщин, 25% мужчин, 15% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание X имеют 10%, 8%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю заболевших X в этом городе; б) Среди болеющих X найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три стрелка выполняют по одному выстрелу в общую мишень. Первый попадает в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух попаданий в мишень

№3 (5 баллов)

В коробке из n=12 деталейm=3бракованы. Из общего числа одновременно берётся k=3 детали. Составить закон распределения для числа X бракованных деталей среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=7X-2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не более κ_2 раз

N=4,p=0.9,κ_1=1, κ_2=3	**N=1000,p=0.001,κ_1=3, κ_2=4**	**N=120,p=0.8,κ_1=80, κ_2=85**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 18 & 30 & 33 & 28 & 26 & 21 & 37 & 21 & 29 & 28 \\ 32 & 17 & 10 & 28 & 38 & 32 & 25 & 31 & 32 & 23 \\ 44 & 33 & 20 & 24 & 8 & 33 & 29 & 14 & 26 & 29 \\ 24 & 29 & 43 & 24 & 49 & 35 & 35 & 37 & 30 & 29 \\ 27 & 12 & 28 & 26 & 29 & 49 & 18 & 26 & 24 & 20 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

$X_{(см)}$	1	2	3	4	5	6	7	8
$Y_{(кг)}$	7	7	5	5	4	2	3	1

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 4

№1 (4 балла)

Перед младенцем лежит три стопки карточек, на которых написаны буквы: в первой А, А, Б, В; во второй П, П, А, Р, А, Г, А; в третьей Е, Н, Г, К. Определить вероятность того, что он, взяв одну карточку наудачу из какой-то стопки, покажет маме букву А; Еслиэто произошло, то какова вероятность её взятия из первой стопки?

№2 (3 балла)

Имеется одиннадцать карточки с числами от 10 до 20, из которых наудачу выбирается три. Определить вероятность того, что сумма этих чисел равна 36.

№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров mчёрные. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=2X+10, $n=8$ $m=3$, $k=4$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не менее κ_1раз

N=6,p=0.7,κ_1=4, κ_2=5	**N=200,p=0.02,κ_1=2, κ_2=4**	**N=100,p=0.6,κ_1=55, κ_2=62**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 36 & 61 & 66 & 56 & 51 & 42 & 73 & 43 & 59 & 56 \\ 64 & 35 & 20 & 56 & 77 & 64 & 50 & 63 & 64 & 45 \\ 88 & 67 & 41 & 49 & 16 & 65 & 58 & 27 & 52 & 58 \\ 48 & 57 & 86 & 48 & 98 & 69 & 70 & 73 & 59 & 58 \\ 54 & 25 & 56 & 51 & 59 & 98 & 37 & 51 & 49 & 41 \end{pmatrix}$$

.

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(м)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**1**	**1**	**3**	**4**	**4**	**6**	**8**	**7**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 5

№1 (4 балла)

На складе три вида внешне одинаковых телевизоров, количества которых образуют пропорцию 11:6:4. Среди них шансы проработать без поломок год80%-90%-95% соответственно. а) Для телевизора, взятого наудачу с этого склада, найти вероятность проработать год без поломок; б) Если взятый телевизор проработал целый год, то каковы шансы его взятия из самой многочисленной группы?

№2 (3 балла)

Студент решает три задачи с вероятностью правильного решения соответственно равными 40%,60% и 80%. Определить вероятность того, что из них правильно он решит хотя бы одну.

№3 (5 баллов)

Имеется пять ключей, из которых замок открывает только один. Если первый ключ не открывает замок, то его откладывают и берут другой, при неподходящем ключе берут третий и т.д.. Составить закон распределения для числа X опробованных ключей. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=4X+2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) более κ_2 раз

N=5,p=0.3,κ_1=2, κ_2=4	**N=10000,p=0.0003,κ_1=3, κ_2=4**	**N=200,p=0.6,κ_1=100, κ_2=125**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 15 & 24 & 27 & 23 & 21 & 17 & 29 & 17 & 23 & 22 \\ 26 & 14 & 8 & 23 & 31 & 26 & 20 & 25 & 25 & 18 \\ 35 & 27 & 16 & 20 & 7 & 26 & 23 & 11 & 21 & 23 \\ 19 & 23 & 34 & 19 & 39 & 28 & 28 & 29 & 24 & 23 \\ 22 & 10 & 22 & 21 & 23 & 39 & 15 & 20 & 20 & 16 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**8**	**7**	**5**	**6**	**5**	**4**	**2**	**1**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

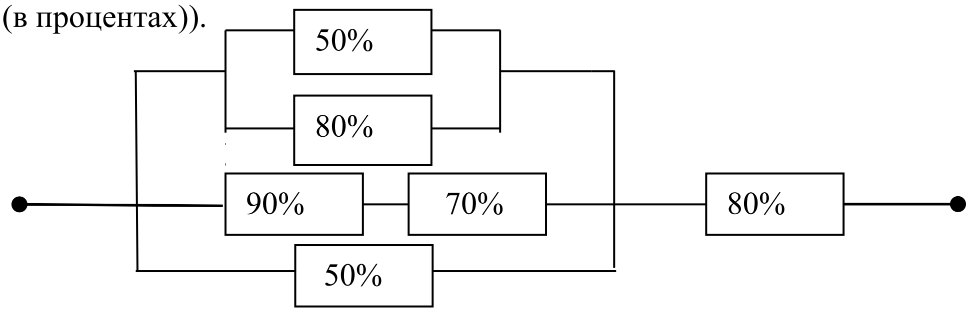
Вариант № 6

№1 (4 балла)

В спецбольницу поступают больные только тремя видами болезней: А, В, С с вероятностью выздоровления соответственно 70%,50% и 40%. Число заболевших болезнями А, В, С подчиняется пропорции 5:3:2. а) Какова доля выздоровевших среди всех пациентов больницы? б) Господин Браун видел, как в эту больницу привезли его знакомого, но через некоторое время он встретил его на улице полностью здоровым. Какова вероятность того, что тот страдал заболеванием В?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

X − число промахов при четырёх выстрелах, если при каждом выстреле вероятность промаха составляет 60%. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=10X+2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не менее κ_2 раз

N=4,p=0.2,κ_1=1, κ_2=2	**N=30000,p=0.0001,κ_1=1, κ_2=3**	**N=100,p=0.2,κ_1=15, κ_2=22**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 24 & 40 & 44 & 38 & 34 & 28 & 49 & 29 & 39 & 37 \\ 43 & 23 & 13 & 38 & 51 & 43 & 33 & 42 & 42 & 30 \\ 58 & 45 & 27 & 33 & 11 & 43 & 38 & 18 & 35 & 38 \\ 32 & 38 & 57 & 32 & 65 & 46 & 47 & 49 & 39 & 39 \\ 36 & 17 & 37 & 34 & 39 & 65 & 24 & 34 & 33 & 27 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(руб)	**1**	**1**	**3**	**5**	**5**	**6**	**8**	**8**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 7

№1 (4 балла)

В выбранном городе 20% женщин, 25% мужчин, 25% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание А имеют 10%, 15%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю имеющих заболеваниеА в этом городе; б) Среди болеющих А найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три токаря выполняют по одной детали и складывают их в общую коробку. Первый делает работу без брака в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух деталей без брака в этой коробке.

№3 (5 баллов)

X− число выпавших шестёрок при бросках пяти игральных костей одновременно. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=7X-2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не более κ_1 раз

N=4,p=0.1,κ_1=1, κ_2=3	**N=1000,p=0.004,κ_1=3, κ_2=4**	**N=150,p=0.8,κ_1=110, κ_2=125**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 48 & 79 & 63 & 79 & 75 & 64 & 56 & 88 & 67 & 61 \\ 70 & 36 & 87 & 71 & 58 & 65 & 61 & 63 & 72 & 73 \\ 53 & 53 & 68 & 40 & 60 & 69 & 75 & 52 & 46 & 83 \\ 75 & 68 & 20 & 66 & 90 & 42 & 64 & 41 & 50 & 70 \\ 59 & 83 & 73 & 74 & 67 & 68 & 31 & 48 & 79 & 35 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(руб)	**9**	**7**	**5**	**5**	**4**	**2**	**1**	**1**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 8

№1 (4 балла)

Перед младенцем лежит три стопки карточек, на которых написаны буквы: в первой А, Б, В; во второй П, А, Р, А, Г, А; в третьей Е, Н, Г, К. а) Определить вероятность того, что он, взяв одну карточку наудачу из какой-то стопки, покажет маме букву А; б) Еслиэто произошло, то какова вероятность её взятия из первой стопки?

№2 (3 балла)

Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число делится на 3, на 5 но не на них одновременно.

№3 (5 баллов)

X − число изделий высшего сорта среди четырёх одновременно взятых из коробки, где находилось 5 изделия высшего сорта, 3 изделия первого сорта и 2 изделий второго сорта. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=2X+10.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не менее κ_1 раз

N=5,p=0.4,κ_1=3, κ_2=4	**N=200,p=0.01,κ_1=2, κ_2=4**	**N=200,p=0.6,κ_1=115, κ_2=130**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 12 & 20 & 22 & 19 & 17 & 14 & 24 & 14 & 20 & 19 \\ 21 & 12 & 7 & 19 & 26 & 21 & 17 & 21 & 21 & 15 \\ 29 & 22 & 14 & 16 & 5 & 22 & 19 & 9 & 17 & 19 \\ 16 & 19 & 29 & 16 & 33 & 23 & 23 & 24 & 20 & 19 \\ 18 & 8 & 19 & 17 & 20 & 33 & 12 & 17 & 16 & 14 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(руб)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**1**	**3**	**2**	**4**	**4**	**6**	**8**	**9**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

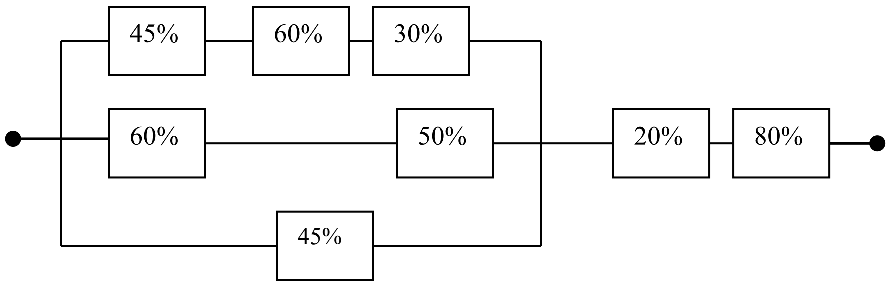
Вариант № 9

№1 (4 балла)

Три станка-автомата изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 3:4:3. Среди деталей брак для станков составляет 4%-3%-1% соответственно. а) Найти долю бракованных деталей в коробке; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на втором станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из n=10 шаров m=3 окрашены. Из общего числа одновременно берётся k=3 шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=7X+10.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не более κ_2 раз

N=5,p=0.7,κ_1=3, κ_2=4	**N=1000,p=0.005,κ_1=3, κ_2=4**	**N=200,p=0.7,κ_1=130, κ_2=145**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 34 & 60 & 40 & 39 & 54 & 85 & 98 & 65 & 51 & 73 \\ 62 & 56 & 44 & 67 & 60 & 72 & 57 & 85 & 71 & 58 \\ 86 & 26 & 51 & 51 & 73 & 64 & 46 & 61 & 52 & 79 \\ 48 & 73 & 91 & 42 & 52 & 47 & 82 & 48 & 57 & 65 \\ 42 & 76 & 66 & 32 & 50 & 50 & 56 & 40 & 69 & 47 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**8**	**6**	**7**	**5**	**5**	**4**	**2**	**1**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

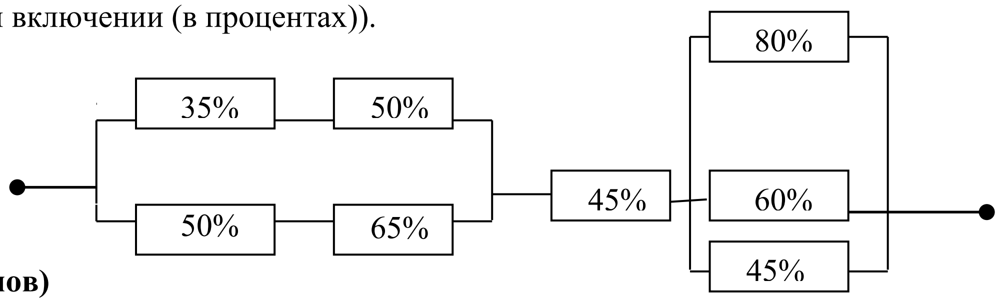
Вариант № 10

№1 (4 балла)

Три рабочих изготавливают одинаковые детали, которые складываются в общую коробку. Производительности станков находятся в отношении 5:4:1. Среди деталей брак для станков составляет 4%-3%-2% соответственно. а) Найти вероятность взять из этой коробки деталь с браком; б) Если взятая деталь оказалась бракованной, то какой шанс её изготовления на первом станке?

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m окрашены. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины $Y=12X+2$, $n=8$, $m=2$, $k=4$

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не менее κ_2 раз

$N=4, p=0.1, \kappa_1=1, \kappa_2=2$	**$N=2000, p=0.002, \kappa_1=2, \kappa_2=4$**	**$N=100, p=0.1, \kappa_1=8, \kappa_2=14$**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением**.**

$$\begin{pmatrix} 20 & 36 & 24 & 24 & 33 & 51 & 59 & 39 & 31 & 44 \\ 37 & 34 & 27 & 40 & 36 & 43 & 34 & 51 & 43 & 35 \\ 52 & 15 & 30 & 30 & 44 & 39 & 27 & 36 & 31 & 48 \\ 29 & 44 & 54 & 25 & 31 & 28 & 49 & 29 & 34 & 39 \\ 25 & 46 & 40 & 19 & 30 & 30 & 34 & 24 & 41 & 28 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**1**	**4**	**3**	**5**	**5**	**6**	**8**	**9**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 11

№1 (4 балла)

В выбранном городе 30% женщин, 25% мужчин, 15% пенсионеров и остальные - дети. Среди этих категорий заболевание X имеют 10%, 8%, 20% и 25% соответственно. а) Найти долю заболевших X в этом городе; б) Среди болеющих X найти долю женщин.

№2 (3 балла)

Три стрелка выполняют по одному выстрелу в общую мишень. Первый попадает в 90%, второй в 80% и третий в 70% случаев. Найти вероятность не менее двух попаданий в мишень

№3 (5 баллов)

В коробке из n=12 деталей m=3 бракованы. Из общего числа одновременно берётся k=3 детали. Составить закон распределения для числа X бракованных деталей среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=7X-2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события А. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не более κ_2 раз

N=4,p=0.9,κ_1=1, κ_2=3	**N=1000,p=0.001,κ_1=3, κ_2=4**	**N=120,p=0.8,κ_1=80, κ_2=85**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 22 & 36 & 40 & 34 & 31 & 25 & 44 & 26 & 35 & 33 \\ 38 & 21 & 12 & 34 & 46 & 38 & 30 & 38 & 38 & 27 \\ 53 & 40 & 24 & 29 & 10 & 39 & 35 & 16 & 31 & 35 \\ 29 & 34 & 51 & 29 & 59 & 42 & 42 & 44 & 35 & 35 \\ 33 & 15 & 34 & 31 & 35 & 59 & 22 & 31 & 29 & 24 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**9**	**6**	**5**	**5**	**4**	**2**	**3**	**1**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 12

№1 (4 балла)

Три коробки по 30 конфет в каждой имеют среди них конфеты с шоколадной начинкой в количестве 5,10 и 6 штук соответственно. Из случайно выбранной коробки берётся первая попавшаяся конфета. а) Насколько вероятна шоколадная начинка конфеты? б) Если начинка её оказалась шоколадной,насколько вероятно, что она взята из той коробки, где было больше всего шоколадных начинок?

№2 (3 балла)

Имеется одиннадцать карточки с числами от 10 до 20, из которых наудачу выбирается три. Определить вероятность того, что сумма этих чисел равна 36.

№3 (5 баллов)

В коробке из n шаров m чёрные. Из общего числа по одному берётся k шаров с возвратом каждого и перемешивания шаров. Составить закон распределения для числа X окрашенных шаров среди взятых. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=2X+10, $n=6$ $m=3$, $k=4$.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не менее κ_1 раз

N=4,p=0.9,κ_1=4, κ_2=5	**N=200,p=0.02,κ_1=2, κ_2=4**	**N=100,p=0.7,κ_1=55, κ_2=62**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 42 & 37 & 59 & 42 & 30 & 61 & 49 & 43 & 46 & 28 \\ 29 & 64 & 58 & 42 & 55 & 34 & 66 & 54 & 40 & 13 \\ 44 & 46 & 32 & 51 & 32 & 67 & 53 & 72 & 63 & 60 \\ 38 & 59 & 37 & 26 & 44 & 56 & 74 & 33 & 31 & 45 \\ 36 & 65 & 53 & 71 & 62 & 56 & 51 & 61 & 55 & 68 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(м)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**1**	**4**	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**9**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 13

№1 (4 балла)

На развилке дороги стоит камень с надписью «По левой дороге погибает каждый пятый, по дороге прямо - каждый третий, а по правой дороге – половина проезжающих». а) Сколько шансов доехать без проблем витязю, давшему волю коню, поехав куда тот пойдёт; б) Если он без проблем проехал всю дорогу то какова вероятность того, что он поехал прямо?

№2 (3 балла)

Студент решает три задачи с вероятностью правильного решения соответственно равными 50%,70% и 80%. Определить вероятность того, что из них правильно он решит не менее одной.

№3 (5 баллов)

Имеется пять ключей, из которых замок открывает только один. Если первый ключ не открывает замок, то ключи перемешиваются и берут другой, при неподходящем ключе берут третий и т.д.. Составить закон распределения для числа X опробованных ключей за не более четырёх попыток. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=4X+2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) более κ_2 раз

N=5,p=0.7,κ_1=2, κ_2=4	**N=10000,p=0.0001,κ_1=2, κ_2=3**	**N=200,p=0.7,κ_1=100, κ_2=125**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} 26 & 42 & 47 & 39 & 36 & 30 & 51 & 30 & 41 & 39 \\ 45 & 24 & 14 & 39 & 54 & 45 & 35 & 44 & 44 & 32 \\ 61 & 47 & 29 & 34 & 11 & 46 & 40 & 19 & 37 & 40 \\ 33 & 40 & 60 & 33 & 68 & 49 & 49 & 51 & 41 & 41 \\ 38 & 17 & 39 & 36 & 41 & 68 & 26 & 36 & 34 & 28 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(кг)	**8**	**5**	**5**	**6**	**4**	**4**	**3**	**1**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

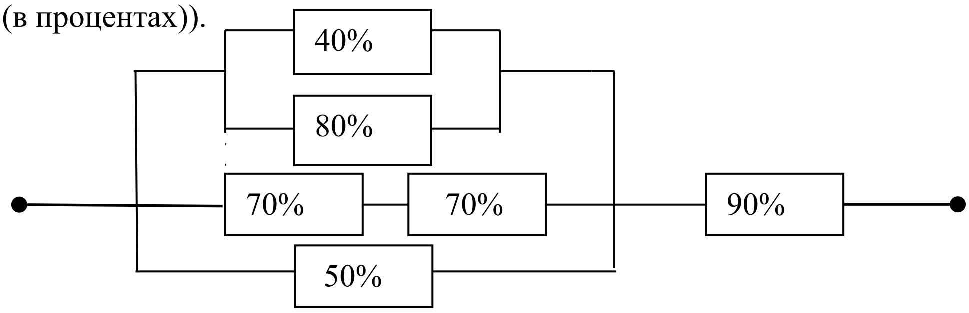
Вариант № 14

№1 (4 балла)

Заводом послан автомобиль для посещения трёх баз. Вероятности наличия нужных материалов на каждой из этих баз равны 90% для первой, 95% и 80% для второй и третьей.а) Найти вероятность того, что на случайно выбранной базе окажется нужный материал; б) Если на взятой случайно базе материал оказался, то какова вероятность при этом выбрать первую базу.

№2 (3 балла)

Определить надёжность схемы (наличие хотя бы одной цепочки из работающих элементов между указанными точками), где в каждом элементе указана его надёжность (вероятность работы при включении (в процентах)).



№3 (5 баллов)

X − число промахов при четырёх выстрелах, если при каждом выстреле вероятность промаха составляет 70%. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=2X+14.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не менее κ_2 раз

N=4,p=0.4,κ_1=1, κ_2=2	**N=10000,p=0.00015,κ_1=1, κ_2=3**	**N=100,p=0.25,κ_1=15, κ_2=22**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением**.**

$$\begin{pmatrix} 60 & 75 & 67 & 74 & 72 & 64 & 42 & 55 & 50 & 69 \\ 58 & 94 & 83 & 82 & 68 & 71 & 49 & 63 & 86 & 60 \\ 58 & 47 & 84 & 77 & 98 & 85 & 67 & 86 & 90 & 64 \\ 73 & 60 & 92 & 82 & 74 & 67 & 67 & 89 & 77 & 61 \\ 81 & 47 & 80 & 84 & 69 & 53 & 81 & 94 & 69 & 37 \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y на поле корреляции построить линейную линию регрессии вместе с эмпирической, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

X(см)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Y(руб)	**1**	**4**	**3**	**5**	**5**	**6**	**8**	**9**

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

НТИ НИЯУ МИФИ

Контрольная работа по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант № 15

№1 (4 балла)

На первом курсе учатся студенты трёх групп по 25 человек в каждой. В первой группе 15 юношей, во второй их 10, а в третьей группе 12 юношей. В каждой из трёх стопок дела студентов одной группы. а) Если работница отдела кадров взяла личное дело одного из этих студентов из одной стопки наудачу, то какова вероятность взять дело юноши; б) Если взято из случайной стопки дело именно юноши, то какова вероятность, что он учится во второй группе?

№2 (3 балла)

Брошено 3 игральных кости и считается сумма очков на них. Какая из сумм более вероятна: 5 или 16?

№3 (5 баллов)

X− число выпавших решек при бросках четырёх монет одновременно. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Y=7X-2.

№4 (8 баллов)

Производится серия из N испытаний при одинаковых условиях с постоянной вероятностью p некоторого события A. В каждом из трёх случаев вычислить вероятности

а) ровно κ_1 раз; б) от κ_1 до κ_2 раз включительно; в) не более κ_2раз

N=4,p=0.25,κ_1=1, κ_2=3	**N=1600,p=0.001,κ_1=3, κ_2=4**	**N=200,p=0.8,κ_1=150, κ_2=165**

№5 (15 баллов)

Проведено 50 измерений некоторой величины X при одинаковых условиях. По ним следует:

1) Составить интервальное распределение значений X с разбиением значений на 5 равных промежутков. Построить гистограмму частот;

2) По полученному интервальному распределению найти несмещённые точечные оценки для математического ожидания и стандартного отклонения X. Для математического ожидания найти доверительный интервал с надёжностью 95%;

3) Найти выравнивающие частоты при нормальном распределении X, построить их гистограмму вместе с ранее построенной. С помощью критерия Пирсона проверить согласованность выборочным данных с нормальным распределением.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{28} & \mathbf{50} & \mathbf{34} & \mathbf{33} & \mathbf{45} & \mathbf{71} & \mathbf{81} & \mathbf{54} & \mathbf{43} & \mathbf{61} \\ \mathbf{51} & \mathbf{47} & \mathbf{37} & \mathbf{56} & \mathbf{50} & \mathbf{60} & \mathbf{48} & \mathbf{70} & \mathbf{59} & \mathbf{49} \\ \mathbf{72} & \mathbf{21} & \mathbf{42} & \mathbf{42} & \mathbf{61} & \mathbf{54} & \mathbf{38} & \mathbf{50} & \mathbf{43} & \mathbf{66} \\ \mathbf{40} & \mathbf{61} & \mathbf{75} & \mathbf{35} & \mathbf{43} & \mathbf{39} & \mathbf{68} & \mathbf{40} & \mathbf{48} & \mathbf{54} \\ \mathbf{35} & \mathbf{64} & \mathbf{55} & \mathbf{27} & \mathbf{42} & \mathbf{42} & \mathbf{47} & \mathbf{33} & \mathbf{57} & \mathbf{39} \end{pmatrix}.$$

№6 (5 баллов) По значениям X и Y найти и построить линию регрессии Y_x на поле корреляции, оценить силу линейной связи по значению коэффициента корреляции.

$X_{(см)}$	1	2	3	4	5	6	7	8
$Y_{(руб)}$	9	8	5	4	4	2	2	1

Составил: Орлов Юрий Владимирович

Новоуральск, 2024

4 Основные формулы

- Классическое определение вероятности $P(A)=\dfrac{m}{n}$,

  где n − число всех равновозможных, взаимоисключающих исходов, сумма которых – достоверное событие, m − число благоприятных для А исходов;
- Число перестановок $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot .....\cdot n$;

Число размещений из nпо k $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$;

Число сочетаний из n по k $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$;

- Вероятность суммы событий $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$, для несовместных событий AиB $P(A+B)=P(A)+P(B)$;
- Вероятность произведения событий $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P_A(B)\cdot P_{A\cdot B}(C)$. Для независимых событий $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$;
- Формула полной вероятности для A при гипотезах $B_1, B_2,.....,B_n$
  $P(A)=P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)+.....+P(B_n)\cdot P_{B_n}(A)$;
- Формула Байеса

  $$P_A(B_k)=\frac{P(B_k\cdot A)}{P(A)}=\frac{P(B_k)\cdot P_{B_k}(A)}{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)+.....+P(B_n)\cdot P_{B_n}(A)}$$

  (вероятность одной из гипотез при появлении А);
- Формула Бернулли $P_n(k)=C_n^k\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$, где $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$;
- Формула Пуассона $P_n(k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}$, где λ−среднее число появлений для А , $\lambda=n\cdot p$ (таблица приложения 1);

- Закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ)

X	x_1	x_2	x_3	……	x_n	(……)
P(X)	p_1	p_2	p_3	…..	p_n	(……)

, $\sum_{i=1}^{n(\infty)} p_i=1$;

- Математическое ожидание ДСВ

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot p_i = x_1\cdot p_1 + x_2\cdot p_2 + ...+ x_n\cdot p_n;$$

- Дисперсия и среднеквадратичное отклонение ДСВ

$$D(X)=M\left(\left(X-M(X)\right)^2\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-M(X)\right)^2\cdot p_i =$$

$$=\left(x_1-M(X)\right)^2\cdot p_1+\left(x_2-M(X)\right)^2\cdot p_2+......+\left(x_n-M(X)\right)^2\cdot p_n\ ,$$

$$D(X)=M(X^2)-\left(M(X)\right)^2=\sum_{i=1}^{n} x_i^2\cdot p_i-\left(M(X)\right)^2\ ,$$

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)};$$

- Биномиальное распределение $P(X=k)=C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$, $q=1-p$,

$M(X)=n\cdot p$, $D(X)=n\cdot p\cdot q$, $\sigma(X)=\sqrt{n\cdot p\cdot q}$;

- Распределение Пуассона $P(X=k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}$, $M(X)=\lambda$, $D(X)=\lambda$;
- Геометрическое распределение $P(X=k)=p^{k-1}\cdot q$
  (испытания производятся пока А появляется);
- Гипергеометрическое распределение $P(X=k)=\dfrac{C_L^k\cdot C_{n-L}^{m-k}}{C_n^m}$,

  вероятность взять ровно kбракованных изделий среди m, которые берутся из nштук, среди которых Lбракованных;
- Функция распределения

  $F(x_o)=P(X<x_o)$, $F(x)\ge 0$, $F(x)\xrightarrow[x\to-\infty]{}0, F(x)\xrightarrow[x\to+\infty]{}1;$
- Для непрерывных случайных величин плотность распределения

$$f(x)=F'(x),\ f(x)\ge 0,\ F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt,\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt=1,$$

$$P(x_1\le X\le x_2)=\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx=F(x)\Big|_{x_1}^{x_2}=F(x_2)-F(x_1);$$

- Числовые характеристики непрерывных случайных величин

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)dx\ ,$$

$$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(x-M(X)\right)^2\cdot f(x)dx=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2\cdot f(x)dx-\left(M(X)\right)^2 ,$$

$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.

Если $X\in[a;b]$, то и интегрирование ведётся по такому отрезку;

- Равномерное распределение на отрезке [a; b]

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a;b]\\ 0, & x\notin[a;b]\end{cases},\quad F(x)=\begin{cases}0, & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & x\in(a;b],\\ 1, & x>b\end{cases}$$

$$M(X)=\frac{a+b}{2},\ D(X)=\frac{\left(b-a\right)^2}{12},\ \sigma(X)=\frac{b-a}{\sqrt{12}};$$

- Показательное распределение

$$f(x)=\begin{cases}\lambda\cdot e^{-\lambda\cdot x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases},\quad F(x)=1-e^{-\lambda\cdot x},$$

$$M(X)=\frac{1}{\lambda},\ D(X)=\frac{1}{\lambda^2},\ \sigma(X)=\frac{1}{\lambda};$$

- Нормальное распределение с параметрами $M(X)=a$, $\sigma(X)=\sigma$:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\cdot\sigma^2}}=\frac{1}{\sigma}\cdot\varphi_o(t)\quad\text{при}\quad t=\frac{x-a}{\sigma},$$

$$\varphi_o(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\ (a=0,\ \sigma=1)\ \text{ таблица приложения 2};$$

$$F(x)=0,5+\int_0^x f(x)dx=0,5+\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right),$$

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz\quad\text{таблица приложения 3};$$

$$P(x_1\le X\le x_2)=\Phi\left(\frac{x_2-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{x_1-a}{\sigma}\right),$$

$$P(|x-a|\le\varepsilon)=2\cdot\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right),\quad P(a-3\sigma\le X;\le a+3\sigma)=2\Phi\left(3\right)\approx 0,9973;$$

- Для одномерной выборки

Выборочное среднее $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \sum_{i=1}^{k} x_i \cdot n_i$,

где k − число вариант (различных элементов выборки);

Выборочная дисперсия $D_в = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n} = \dfrac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{k}\left((x_i - \overline{x})^2 \cdot n_i\right)$;

Исправленная дисперсия $S^2 = D_в \cdot \dfrac{n}{n-1}$;

Выборочное среднеквадратическое отклонение $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{D_в} \cdot \sqrt{\dfrac{n}{n-1}}$;

- Критерий Пирсона проверки гипотезы о виде распределения:

Вычисляется $\chi^2_{выб.} = \sum_{i=1}^{k}\left(\dfrac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*}\right)$

где n_i − частоты в данной выборке,

n_i^* − теоретические частоты (из предложенного распределения)

и сравнивается с $\chi^2_{крит.}$ из таблицы приложения 6;

- Доверительные интервалы

Для математического ожидания $M(X) \in \left(\overline{x} - t_\gamma \cdot \dfrac{S}{\sqrt{n}};\ \overline{x} - t_\gamma \cdot \dfrac{S}{\sqrt{n}}\right)$

t_γ из таблицы приложения 4;

Для среднеквадратического отклонения $\sigma(X) \in \left(S \cdot (1 - q_\gamma);\ S \cdot (1 + q_\gamma)\right)$,

q_γ из таблицы приложения 5;

- Для выборки с элементами $(x_i ; y_i)$ коэффициенты линейной регрессии Y на X (зависимости среднего значения Y от значения X) $Y = a \cdot X + b$ находятся из системы

$$\begin{cases} a \cdot \left(\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)\right) + b \cdot \left(\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)\right) = \sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot y_i) \\ a \cdot \left(\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)\right) + b \cdot n = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases};$$

- Выборочный коэффициент ковариации при элементах $(x_i ; y_i)$

$$\operatorname{cov}^*(X,Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})\cdot(y_i-\overline{y})=$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\Big((x_i-\overline{x})\cdot(y_j-\overline{y})\cdot n_{i,j}\Big)=$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}\Big(x_i\cdot y_j\cdot n_{i,j}\Big)-(\overline{x}\cdot\overline{y})=\overline{(x\cdot y)}-(\overline{x}\cdot\overline{y});$$

- Выборочный коэффициент корреляции $r=r_{XY}=\dfrac{\operatorname{cov}^*(X,Y)}{\sigma_X\cdot\sigma_Y}$;
- Уравнения линейной регрессии

Y на X $y-\overline{y}=r_{XY}\cdot\dfrac{S_y}{S_x}\cdot(x-\overline{x})$;

X на Y $x-\overline{x}=r_{XY}\cdot\dfrac{S_x}{S_y}\cdot(y-\overline{y})$.

5 Приложения

Приложение 1

Таблица значений функции $P(m,\lambda) = \dfrac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$

m \ λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,90484	81873	74082	67032	60653	54881	49659	44933	40657	36788
1	09048	16375	22225	26813	30327	32929	34761	35946	36591	36788
2	00452	01637	03334	05363	07582	09879	12166	14379	16466	18394
3	00015	00109	00333	00715	01264	01976	02839	03834	04940	06131
4		00005	00025	00072	00158	00296	00497	00767	01111	01533
5			00002	00006	00016	00036	00070	00123	00200	00307
6					00001	00004	00008	00016	00030	00051
7							00001	00002	00004	00007
8										00001

m \ λ	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
0	0,22313	13534	08208	04979	03020	01832	01111	00674	00409	00248
1	33470	27067	20521	14936	10569	07326	04999	03369	02248	01487
2	25102	27067	25652	22404	18496	14653	11248	08422	06181	04462
3	12551	18045	21376	22404	21579	19537	16872	14037	11332	08924
4	04707	09022	13360	16803	18881	19537	18981	17547	15582	13385
5	01412	03609	06680	10082	13217	15629	17083	17547	17140	16062
6	00353	01203	02783	05041	07710	10420	12812	14622	15712	16062
7	00076	00344	00994	02160	03855	05954	08236	10444	12345	13768
8	00014	00086	00311	00810	01687	02977	04633	06528	08487	10326
9	00002	00019	00086	00270	00656	01323	02316	03627	05187	06884
10		00004	00022	00081	00230	00529	01042	01813	02853	04130
11		00001	00005	00022	00073	00192	00426	00824	01426	02253
12			00001	00006	00021	00064	00160	00343	00654	01126
13				00001	00006	00020	00055	00132	00277	00520
14					00001	00006	00018	00047	00109	00223
15						00002	00005	00016	00040	00089
16							00002	00005	00014	00033
17								00001	00004	00012
18									00001	00004
19										00001

Таблица значений функции $\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0043
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица значений функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{o}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}}dz$ Приложение 3

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,46	0,1772	0,92	0,3212	1,38	0,4162
0,01	0,0040	0,47	0,1808	0,93	0,3238	1,39	0,4177
0,02	0,0080	0,48	0,1844	0,94	0,3264	1,40	0,4192
0,03	0,0120	0,49	0,1879	0,95	0,3289	1,41	0,4207
0,04	0,0160	0,50	0,1915	0,96	0,3315	1,42	0,4222
0,05	0,0199	0,51	0,1950	0,97	0,3340	1,43	0,4236
0,06	0,0239	0,52	0,1985	0,98	0,3365	1,44	0,4251
0,07	0,0279	0,53	0,2019	0,99	0,3389	1,45	0,4265
0,08	0,0319	0,54	0,2054	1,00	0,3413	1,46	0,4279
0,09	0,0359	0,55	0,2088	1,01	0,3438	1,47	0,4292
0,10	0,0398	0,56	0,2123	1,02	0,3461	1,48	0,4306
0,11	0,0438	0,57	0,2157	1,03	0,3485	1,49	0,4319
0,12	0,0478	0,58	0,2190	1,04	0,3508	1,50	0,4332
0,13	0,0517	0,59	0,2224	1,05	0,3531	1,51	0,4345
0,14	0,0557	0,60	0,2257	1,06	0,3554	1,52	0,4357
0,15	0,0596	0,61	0,2291	1,07	0,3577	1,53	0,4370
0,16	0,0636	0,62	0,2324	1,08	0,3599	1,54	0,4382
0,17	0,0675	0,63	0,2357	1,09	0,3621	1,55	0,4394
0,18	0,0714	0,64	0,2389	1,10	0,3643	1,56	0,4406
0,19	0,0753	0,65	0,2422	1,11	0,3665	1,57	0,4418
0,20	0,0793	0,66	0,2454	1,12	0,3686	1,58	0,4429
0,21	0,0832	0,67	0,2486	1,13	0,3708	1,59	0,4441
0,22	0,0871	0,68	0,2517	1,14	0,3729	1,60	0,4452
0,23	0,0910	0,69	0,2549	1,15	0,3749	1,61	0,4463
0,24	0,0948	0,70	0,2580	1,16	0,3770	1,62	0,4474
0,25	0,0987	0,71	0,2611	1,17	0,3790	1,63	0,4484
0,26	0,1026	0,72	0,2642	1,18	0,3810	1,64	0,4495
0,27	0,1064	0,73	0,2673	1,19	0,3830	1,65	0,4505
0,28	0,1103	0,74	0,2703	1,20	0,3849	1,66	0,4515
0,29	0,1141	0,75	0,2734	1,21	0,3869	1,67	0,4525
0,30	0,1179	0,76	0,2764	1,22	0,3883	1,68	0,4535
0,31	0,1217	0,77	0,2794	1,23	0,3907	1,69	0,4545
0,32	0,1255	0,78	0,2823	1,24	0,3925	1,70	0,4554
0,33	0,1293	0,79	0,2852	1,25	0,3944	1,71	0,4564
0,34	0,1331	0,80	0,2881	1,26	0,3962	1,72	0,4573
0,35	0,1368	0,81	0,2910	1,27	0,3980	1,73	0,4582
0,36	0,1406	0,82	0,2939	1,28	0,3997	1,74	0,4591
0,37	0,1443	0,83	0,2967	1,29	0,4015	1,75	0,4599
0,38	0,1480	0,84	0,2995	1,30	0,4032	1,76	0,4608
0,39	0,1517	0,85	0,3023	1,31	0,4049	1,77	0,4616
0,40	0,1554	0,86	0,3051	1,32	0,4066	1,78	0,4625
0,41	0,1591	0,87	0,3078	1,33	0,4082	1,79	0,4633
0,42	0,1628	0,88	0,3106	1,34	0,4099	1,80	0,4641
0,43	0,1664	0,89	0,3133	1,35	0,4115	1,81	0,4649
0,44	0,1700	0,90	0,3159	1,36	0,4131	1,82	0,4656
0,45	0,1736	0,91	0,3186	1,37	0,4147	1,83	0,4664

Таблица значений функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{o}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}}dz$ Приложение 3

Продолжение приложения 3

1,84	**0,4671**	**2,06**	**0,4803**	**2,44**	**0,4927**	**2,82**	**0,4976**
1,85	**0,4678**	**2,08**	**0,4812**	**2,46**	**0,4931**	**2,84**	**0,4977**
1,86	**0,4686**	**2,10**	**0,4821**	**2,48**	**0,4934**	**2,86**	**0,4979**
1,87	**0,4693**	**2,12**	**0,4830**	**2,50**	**0,4938**	**2,88**	**0,4980**
1,88	**0,4699**	**2,14**	**0,4838**	**2,52**	**0,4941**	**2,90**	**0,4981**
1,89	**0,4706**	**2,16**	**0,4846**	**2,54**	**0,4945**	**2,92**	**0,4982**
1,90	**0,4713**	**2,18**	**0,4854**	**2,56**	**0,4948**	**2,94**	**0,4684**
1,91	**0,4719**	**2,20**	**0,4861**	**2,58**	**0,4951**	**2,96**	**0,4985**
1,92	**0,4726**	**2,22**	**0,4868**	**2,60**	**0,4953**	**2,98**	**0,4986**
1,93	**0,4732**	**2,24**	**0,4875**	**2,62**	**0,4956**	**3,00**	**0,49865**
1,94	**0,4738**	**2,26**	**0,4881**	**2,64**	**0,4959**	**3,20**	**0,49931**
1,95	**0,4744**	**2,28**	**0,4887**	**2,66**	**0,4961**	**3,40**	**0,49966**
1,96	**0,4750**	**2,30**	**0,4893**	**2,68**	**0,4963**	**3,60**	**0,499841**
1,97	**0,4756**	**2,32**	**0,4898**	**2,70**	**0,4965**	**3,80**	**0,499928**
1,98	**0,4761**	**2,34**	**0,4904**	**2,72**	**0,4967**	**4,00**	**0,499968**
1,99	**0,4767**	**2,36**	**0,4909**	**2,74**	**0,4969**	**4,50**	**0,499997**
2,00	**0,4772**	**2,38**	**0,4913**	**2,76**	**0,4971**	**5,00**	**0,499997**
2,02	**0,4783**	**2,40**	**0,4918**	**2,78**	**0,4973**		
2,04	**0,4793**	**2,42**	**0,4922**	**2,80**	**0,4974**		

Приложение 4

Таблица значений функции $t_\gamma = t(\gamma, n)$

$n \backslash \gamma$	**0,95**	**0,99**	**0,999**	$n \backslash \gamma$	**0,95**	**0,99**	**0,999**
5	**2,78**	**4,60**	**8,61**	**20**	**2,093**	**2,861**	**3,883**
6	**2,57**	**4,03**	**6,86**	**25**	**2,064**	**2,797**	**3,745**
7	**2,45**	**3,71**	**5,96**	**30**	**2,045**	**2,756**	**3,659**
8	**2,37**	**3,50**	**5,41**	**35**	**2,032**	**2,720**	**3,600**
9	**2,31**	**3,36**	**5,04**	**40**	**2,023**	**2,708**	**3,558**
10	**2,26**	**3,25**	**4,78**	**45**	**2,016**	**2,692**	**3,527**
11	**2,23**	**3,17**	**4,59**	**50**	**2,009**	**2,679**	**3,502**
12	**2,20**	**3,11**	**4,44**	**60**	**2,001**	**2,662**	**3,464**
13	**2,18**	**3,06**	**4,32**	**70**	**1,996**	**2,649**	**3,439**
14	**2,16**	**3,01**	**4,22**	**80**	**1,991**	**2,640**	**3,418**
15	**2,15**	**3,98**	**4,14**	**90**	**1,987**	**2,633**	**3,403**
16	**2,13**	**3,95**	**4,07**	**100**	**1,984**	**2,627**	**3,392**
17	**2,12**	**3,92**	**4,02**	**120**	**1,980**	**2,617**	**3,374**
18	**2,11**	**3,90**	**3,97**	∞	**1,960**	**2,576**	**3,291**
19	**2,10**	**3,88**	**3,92**				

Приложение 5

Таблица значений функции $q_\gamma = q(\gamma, n)$

$n \backslash \gamma$	**0,95**	**0,99**	**0,999**	$n \backslash \gamma$	**0,95**	**0,99**	**0,999**
5	**1,37**	**2,67**	**5,64**	**20**	**0,37**	**0,58**	**0,88**
6	**1,09**	**2,01**	**3,88**	**25**	**0,32**	**0,49**	**0,73**
7	**0,92**	**1,62**	**2,98**	**30**	**0,28**	**0,43**	**0,63**
8	**0,80**	**1,38**	**2,42**	**35**	**0,26**	**0,38**	**0,56**
9	**0,71**	**1,20**	**2,06**	**40**	**0,24**	**0,35**	**0,50**
10	**0,65**	**1,08**	**1,80**	**45**	**0,22**	**0,32**	**0,46**
11	**0,59**	**0,98**	**1,60**	**50**	**0,21**	**0,30**	**0,43**
12	**0,55**	**0,90**	**1,45**	**60**	**0,188**	**0,269**	**0,38**
13	**0,52**	**0,83**	**1,33**	**70**	**0,174**	**0,245**	**0,34**
14	**0,48**	**0,78**	**1,23**	**80**	**0,161**	**0,226**	**0,31**
15	**0,46**	**0,73**	**1,15**	**90**	**0,151**	**0,211**	**0,29**
16	**0,44**	**0,70**	**1,07**	**100**	**0,143**	**0,198**	**0,27**
17	**0,42**	**0,66**	**1,01**	**150**	**0,115**	**0,160**	**0,211**
18	**0,40**	**0,63**	**0,96**	**200**	**0,099**	**0,136**	**0,185**
19	**0,39**	**0,60**	**0,92**	**250**	**0,089**	**0,120**	**0,162**

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы r	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Критические точки распределения Стьюдента

Приложение 7

Число степеней свободы r	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,01	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,90
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,98	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04,
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
$+\infty$	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001	0,0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

6 Рекомендуемая литература

1) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для студентов ВУЗов. – М.: Высшая школа, 2003.− 479с ;

2) Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для студентов ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1993. − 405с;

3) Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. «Теория вероятностей и её инжинерные приложения» – М.:Высшая школа 2003. − 464с;

4) Шнейдер В.Е., Слуцкий А.И., Шумов А.С. Краткий курс высшей математики. (в $2^х$ томах) Т. 2. – М.: Высшая школа, 1978. −325с;

5) Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в примерах и задачах. (в $2^х$ частях) Ч.2. – М.: Высшая школа,1986 –416с.

6) Шипачев В.С. Высшая математика: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1996. − 479с;

7) Ефимова М.Р., Ганченко О.И., Петрова Е.В. «Практикум по общей теории статистики» – М., «Финансы и статистика», 1999. − 280с.

Теория вероятностей и математическая статистика.

Учебно – методическое пособие (ФОС) по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов 15.03.05 очно- заочной формы обучения. Новоуральск, изд. НТИ НИЯУ МИФИ. 2024 – 36 с.
.

Макет подготовлен на кафедре ОНД НТИ НИЯУ МИФИ

Подписано в печать ________________ Формат А5 Гарнитура

Печать плоская. Усл-печ. л. ____ Тираж ____ экз. Заказ _______

Отпечатано на ризографеНТИ НИЯУ МИФИ

Издательство Новоуральского государственного технологического института

НИЯУ МИФИ,

624130, г.Новоуральск, ул. Ленина 85, НТИ НИЯУ МИФИ
Лицензия РФ ПЛР №00751 от 18.01.2000 г.