Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Новоуральский технологический институт–
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УТВЕРЖДЕНА
Ученым советом НТИ НИЯУ МИФИ
Протокол №3 от 24.04.2023 г.

Рабочая программа учебной дисциплины "**Дискретная математика**"

Направление подготовки	11.03.04.62 Электроника и наноэлектроника
Профиль	"Промышленная электроника"
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

г. Новоуральск, 2022

	Очная форма обучения
Семестр	3
Трудоемкость, ЗЕТ	3
Трудоемкость, ч.	108 ч.
Аудиторные занятия, в т.ч.:	72 ч.
- лекции	36 ч.
- практические занятия	36 ч.
Самостоятельная работа	36 ч.
Занятия в интерактивной форме	
Форма итогового контроля	зачет

Индекс дисциплины в Рабочем учебном плане (РУП) – **Б1.О.02.07**

Учебную программу составил к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики НТИ Золотарёв Анатолий Петрович. Рабочая программа актуализирована к.ф.-м.н., доцентом Носыревым Николаем Анатольевичем.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели освоения учебной дисциплины

Целью освоения дисциплины «Дискретная математика» является обеспечение выполнения требований, изложенных в федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника.

Изучение дисциплины направлено на формирование перечисленных ниже элементов общекультурных и профессиональных компетенций.

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Задачами изучения дисциплины *" Дискретная математика "* являются формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков решения задач из разделов дискретной математики: теория множеств, комбинаторика, булевы функции, теория графов.

Обеспечить будущему бакалавру глубокое и ясное понимание смысла и значения разделов математики, относящихся к дискретной математике. Студент должен отчетливо усвоить исходные идеи, значение основных результатов и овладеть техникой рассуждений и вычислений в этих областях. Знания *дискретной математики* способствуют формированию адекватных представлений о возможностях математических моделей дискретных систем.

2. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

В соответствии с кредитно-модульной системой подготовки по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника (уровень бакалавриата) данная учебная дисциплина входит в **Естественнонаучный модуль Б1.О.02 под индексом Б1.О.02.07)».**

Методы, развиваемые в курсе, используются при изучении других модулей блока 1, таких как, теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика, методы и средства преобразования информации, моделирование электронных устройств, а также в прикладных задачах.

3. Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине и их соотношение с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3.1. Планируемые результаты освоения образовательной программы, относящиеся к учебной дисциплине

В результате освоения содержания дисциплины *" Дискретная математика "* студент должен обладать следующими компетенциями (Таблица 1).

Таблица 1 Компетенции, реализуемые при изучении дисциплины

Код компетенции	Компетенции	
	Общепрофессиональные компетенции	
ОПК-1	Способность использовать положения, законы и методы естественных наук и математики	З-ОПК-1 Знание основных законов высшей математики, общей и теоретической физики, применительно к инженерным

	для решения задач инженерной деятельности.	задачам У-ОПК-1 Умение применять основныеположения и законы высшей математики, общейи теоретической физики, естественных наук к решению задач инженерной деятельности В-ОПК1-владение методами высшей математики и естественных наук применительно к задачам электроники и наноэлектроники
УКЕ-1	Способность использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
В14	Формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду	Использование воспитательного потенциала дисциплин естественнонаучного и общепрофессионального модуля для: - формирования позитивного отношения к профессии инженера (конструктора, технолога), понимания ее социальной значимости и роли в обществе, стремления следовать нормам профессиональной этики посредством контекстного обучения, решения практико-ориентированных ситуационных задач. - формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, способности критически, самостоятельно мыслить, понимать значимость профессии посредством осознанного выбора тематики проектов, выполнения проектов с последующей публичной презентацией результатов, в том числе обоснованием их социальной и практической значимости; - формирования навыков командной работы, в том числе реализации различных

		проектных ролей (лидер, исполнитель, аналитик и пр.) посредством выполнения совместных проектов.
В15	Формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии	Использование воспитательного потенциала дисциплин общепрофессионального модуля для: - формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, потребности в достижении результата, понимания функциональных обязанностей и задач избранной профессиональной деятельности, чувства профессиональной ответственности через выполнение учебных, в том числе практических заданий

3.2. Планируемые результаты обучения по учебной дисциплине

В результате освоения дисциплины *" Дискретная математика "* студент должен:

Знать:

- основные понятия и законы теории множеств; способы задания множеств и способы оперирования с ними;
- свойства отношений между элементами дискретных множеств и систем;
- алгоритмы приведения булевых функций к нормальной форме и построения минимальных форм;
- методы построения по булевой функции многополюсных контактных схем;
- методы исследования системы булевых функций на полноту, замкнутость и нахождение базиса;
- основные понятия и законы комбинаторики и комбинаторных схем;
- основные понятия и свойства графов и способы их представления;
- методы исследования компонент связности графа, определение кратчайших путей между вершинами графа;
- методы исследования путей и циклов в графах, нахождение максимального потока в транспортных сетях;
- методы решения оптимизационных задач на графах;

Уметь:

- исследовать булевы функции, получать их представление в виде формул;
- производить построение минимальных форм булевых функций;
- определять полноту и базис системы булевых функций;
- применять основные алгоритмы исследования неориентированных и ориентированных графов;
- пользоваться законами комбинаторики для решения прикладных задач;
- решать задачи определения максимального потока в сетях;
- решать задачи определения кратчайших путей в нагруженных графах;

.

Владеть:

- навыками решения математических задач дискретной математики;
- навыками использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области дискретной математики;
- владеть методами анализа и синтеза изучаемых явлений и процессов;
- обладать способностью к применению на практике, в том числе умением составлять математические модели типовых профессиональных задач и находить способы их решений; интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата;

4. Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

4.1. Структура учебной дисциплины.

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеауд. работа (СР)
			Л	ПЗ	
1	Элементы теории множеств	5	2	2	1
2	Отношения	10	4	4	2
3	Элементы общей алгебры	7	3	3	1
4	Решетки	3	1	1	1
5	Булевы функции	34	14	14	6
6	Элементы теории графов	34	12	12	10
	Всего:	93	36	36	21
	Подготовка к зачёту	15			15
	Итого:	108	36	36	36

4.2. **Тематический план по видам учебной деятельности.**

Лекции

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема лекции
1	1	2	Множества. Способы задания множеств. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
			Подмножество. Эквивалентные множества. Свойства операций над множествами. Доказательство тождеств. Произведение множеств.
2	2	2	Отношения. Способы задания отношений. Свойства бинарных отношений. Операции над бинарными отношениями.
			Покрытие и разбиение множества. Отношение эквивалентности.
3	2	2	Отношение порядка. Полностью и частично упорядоченные множества. Диаграммы Хассе.
			Составное отношение. Функция, отображение Счетность множеств.
4	3	2	N-арная операция. Алгебра. Подалгебра.
			Свойства бинарных алгебраических операций. Группоид. Мультипликативный и аддитивный группоид. Мономорфизм, эпиморфизм, изоморфизм.
5	3	2	Полугруппа. Группа. Свойства групп. Второе определение группы.
			Кольцо. Поле.
6	4		Алгебраическая система. Решетки.

	5	2	Алгебра логики, функция алгебры логики. Способы задания логических функций
7	5	2	Булева алгебра и эквивалентные преобразование в ней.
			Приведение формул к нормальным формам. Двойственность, принцип двойственности. Разложение Шеннона.
8	5	2	Определение функциональной полноты системы логических функций Σ, Теорема о необходимом и достаточном условии функциональной полноты
			Минимизация в классе дизъюнктивных нормальных форм.Понятие слабо определенной логической функции. Минимизация логических функций.
9	5	2	Изоморфизм булевой алгебры логических функций и булевой алгебры множеств.Понятие единичного и нулевого интервалов, максимального интервалов, способы их записи. Сокращенная и минимальная ДНФ. Метод таблицы различий
10	5	2	Производная первого порядка от булевой функции, Смешанная производная, производная к-го порядка. Вес производной. Условия, определяемые производными Разложение булевой функции в ряд Тейлора и Маклорена.
11	5	2	Синтез логических схем в заданном базисе
12	6	2	Графы. Орграф. Способы представления графов.
			Степени и полустепени вершин графа. Изоморфизм и гомеоморфизм графов. Части, суграфы и подграфы. Операции над графами и их частями
13	6	2	Маршруты, цепи, циклы. Связные компоненты графа. Расстояния. Диаметр, радиус и центр графа. Эйлеровы и гамильтоновы циклы.
14	6	2	Планарные графы. Деревья и лес. Взвешенные графы. Алгоритм нахождения экономичного дерева в графе.
15	6	2	Задача поиска маршрутов (путей) в графе (орграфе). Поиск путей (маршрутов) с минимальным числом дуг (ребер).
16	6	2	Минимальный путь (маршрут) во взвешенном орграфе (графе).
17	6	2	Цикломатика. Цикловой базис мультиграфа
18	6	2	Транспортные сети. Полный и пустой граф. Паросочетания
Итого:		36	

Практические занятия (семинары)

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем часов	Тема практического занятия
1.	1	2	Операции над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
2.	2	2	N-арное отношение, бинарное отношение. Способы задания отношений.
3.	2	2	Свойства бинарных отношений
4.	3	2	N-арные операции. Алгебры. Свойства алгебраический операций
5.	3,4	2	Полугруппа. Группа. Кольцо. Поле. Решетка
6.	1-4	2	Контрольная работа №1
7.	5	2	Алгебра логики, функция алгебры логики. Равносильные (эквивалентные) формулы.
8.	5	2	Булева алгебра и эквивалентные преобразование в ней.
9.	5	2	Приведение формул к нормальным формам.
10.	5	2	Функциональная полнота системы логических функций
11.	5	2	Минимизация в классе дизъюнктивных нормальных форм
12.	5	2	Синтез логических схем
13.	5	2	Контрольная работа № 2
14.	6	2	Графы. Способы представления графов.
15.	6	2	Операции над графами и их частями. Взвешенные графы.
16.	6	2	Поиск путей (маршрутов) с минимальным числом дуг (ребер).
17.	6	2	Полный , пустой графы. Паросочетания
18.	6	2	Контрольная работа № 3
Итого:		36	

5 Самостоятельная работа студента

Самостоятельная работа студента по учебной дисциплине регламентируется «Положением об организации самостоятельной работы студентов в НТИ НИЯУ МИФИ».

Разделы дисциплины	№ п/п	Тема и вид СРС	Трудоемкость (в часах)
Раздел 1	1	Доказательства в теории множеств.	
	2	Решение систем уравнений со множествами. Метод включений и исключений	1
Раздел 2	3	Отношение эквивалентности	
	4	Отношения порядка	1
Раздел 3	5	Свойства операций. Группы и полугруппы	1
	6	Кольцо с делителями нуля, поля	1
Раздел 1-4	7	Подготовка к модульному контролю№1	1
Раздел 5	9	Задание булевых функций интервалами. Диаграммы Вейча	1
	10	Декомпозиция булевых функций	1
	11	Минимизация булевых функций в классе ДНФ	1

	12	Минимизация слабо определенных булевых функций	1
	13	Построение суперпозиции булевых функций	1
	14	Дифференциование булевых функций	1
	15	Разложение функций в заданной точке пространства	1
	16	Метод каскадов синтеза логических схем	1
Раздел 5	17	Подготовка к модульному контролю№2	1
Раздел 6	18	Связность и сильная связность графов	1
	19	Дифференцирование графов	1
	20	Устойчивость, покрытия, паросочетания	1
	21	Вложение графов	1
	22	Раскраска вершин и ребер графа	1
	23	Алгоритмы выделения специальных подграфов	1
Раздел 6	24	Подготовка к модульному контролю№3	1
Всего			21
Раздел 1-6	25	Подготовка к зачёту	15
Итого			36

6 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Модульный контроль №1 по «Дискретной математике» Теоретический тест Вариант №0

1. Пересечением множеств A и B называется множество всех элементов, принадлежащих
   - A и B;
   - A или B или обоим одновременно;
   - A, но не B;
   - U, но не B

2. $a \notin A \setminus B \Leftrightarrow$
   - $a \notin A$ или $a \notin B$
   - $a \notin A$ и $a \notin B$
   - $a \notin A$ или $a \in B$

3. n-местным отношением ρ, определенным на множествах A1,A2,...An называется
   - $\rho = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$.
   - $\rho \subseteq A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$.
   - $\rho \subset A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$.

1. Пусть A={1, 2, 3, 4}. Матрица пустого бинарного отношения, определенного на множестве A имеет вид

♦

	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0	0	1	0
4	0	0	0	1

♦

	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

♦

	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0

5. Бинарное отношение ρ - антисимметрично, если

- $(x,x)\notin\rho \quad \forall x \in A$
- из того, что $(x,y)\in\rho$ следует, что $(y,x)\in\rho$
- $(x,x)\in\rho$ для $\forall x\in A$
- $((x,y)\in\rho$ и $x\neq y)\Rightarrow(y,x)\notin\rho$
- из того, что $(x,y)\in\rho$ и $(y,z)\in\rho$ следует, что $(x,z)\in\rho$

6. Бинарное отношение на множестве A называется отношением эквивалентности, если оно

- рефлексивно, антисимметрично и транзитивно.
- рефлексивно, симметрично и транзитивно.
- антирефлексивно, симметрично и транзитивно.
- антирефлексивно, антисимметрично и транзитивно.

7. Бинарное отношение *f,* заданное на множествах *X, Y,* называется функцией, если

- из $(x, y)\in f$ и $(x, z)\in f$ следует $y = z$.
- из $(x, y)\in f$ и $(x, z)\in f$ следует $y \neq z$.
- из $(x, y)\in f$ и $(x, z)\notin f$ следует $y = z$.

8. Алгебраической системой называется

- Совокупность множества вместе с определенным на нем множеством операций
- Совокупность множества вместе с определенным на нем множеством отношений
- Совокупность множества вместе с определенным на нем множеством операций и отношений

*9.*Операция называется идемпотентной, если

- $\forall a,b,c\in A\ a\otimes(b\otimes c)=(a\otimes b)\otimes c$
- $\forall a\in A\ e\otimes a=e\otimes a=a$
- $\forall a\in A\ a\otimes a=a$.
- $\forall a,b\in A\ a\otimes b=b\otimes a$.

10. Группа называется моноидом, если относительно определенной операции имеет место

- ассоциативный закон
- коммутативный закон
- операция с единицей
- дистрибутивный закон

Практические задания

1. Доказать тождество методом взаимного включения
$(A\cap B)\times(C\cap D)=(A\times C)\cap(B\times D)$
2. Найти $A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\,\Delta\,B$: $A=\{-1,0,3,4\}$ $B=[0,4]$
3. Для данного бинарного отношения на множестве N определить $D\rho$, $R\rho$ и свойства: $\rho=\{(x,y)|\ y<2x\}$
4. Что можно сказать об отношениях $\bar{\rho}$ и ρ^{-1}, если ρ: рефлексивно; антисимметрично; транзитивно?
5. Пусть P(A) - множествово всех подмножеств данного непустого множества A. Образует ли множество P(A) полугруппу, если операция на нем: пересечение?

Модульный контроль №2 по «Дискретной математике» Теоретический тест Вариант №0

1. Левой коимпликацией является функция $f(x_1,x_2)=x_1\mapsto x_2 =$

- $x_1\overline{x_2}$;
- $\overline{x_1}x_2$;
- $x_1\vee\overline{x_2}$;

- $\overline{x_1} \vee x_2$

2. Функция $f(x_1,x_2)=x_1 \oplus x_2$ принимает значения

♦

x_1	x_2	$f(x_1,x_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

♦

x_1	x_2	$f(x_1,x_2)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

♦

x_1	x_2	$f(x_1,x_2)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3.Элементарной конъюнкцией называется

- дизъюнкция, содержащая переменные x_i с отрицаниями и без них;
- конъюнкция, содержащая переменные x_i с отрицаниями и без них;
- конъюнкция, содержащая переменные x_i с отрицаниями и без них и дизъюнкции;
- дизъюнкция, содержащая переменные x_i с отрицаниями и без них и конъюнкции.

4. Переменная x_i в функции $f\ (x_1,..\ x_{i-1},\ x_i\ x_{i+1},..\ x_n)$ называется несущественной (или фиктивной), если

- $f\ (x_1,..\ x_{i-1}, x_i\ x_{i+1},..\ x_n) = \overline{f}\ (x_1,..\ x_{i-1}, x_i, x_{i+1},..\ x_n)$
- $f\ (x_1,..\ x_{i-1}, 0\ x_{i+1},..\ x_n) = f\ (x_1,..\ x_{i-1}, 1, x_{i+1},..\ x_n)$
- $f\ (x_1,..\ x_{i-1}, x_i\ x_{i+1},..\ x_n) = f\ (x_1,..\ x_{i-1}, x_{i+1},..\ x_n)$
- $f\ (x_1,..\ x_{i-1}, 0\ x_{i+1},..\ x_n) = f\ (x_1,..\ x_{i-1}, 1, x_{i+1},..\ x_n)$

5. Дизъюнктивная нормальная форма называется минимальной, если

- она содержит наименьшее общее число вхождений дизъюнкций;
- она содержит наименьшее общее число вхождений переменных;
- она содержит наименьшее общее число вхождений конъюнкций;
- она содержит наименьшее общее число вхождений отрицаний;

по сравнению со всеми равносильными ей дизъюнктивными нормальными формами.

Практические задания

1. Синтезировать в базисе $\{\rightarrow, \oplus\}$ логическую схему, реализующую булевую функцию

$$f = \begin{cases} 1 \text{ на интервалах } 0\text{-}1\text{-}0,\ 0\text{--}11,\ \text{-}0\text{-}01 \\ 0 \text{ на интервалах } 1\text{--}10,\ 10\text{-}00,\ 000\text{-}0 \end{cases}$$

2. Построить сокращенную ДНФ функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4)=(1111100001001100)$
3. Выяснить полноту системы логических функций $\{x \vee (x \oplus y) \vee z, (x \leftrightarrow y) \leftrightarrow z, xy \oplus zu\}$
4. Привести формулу эквивалентными преобразованиями к СДНФ, к СКНФ $(x_1 \oplus x_2)x_3 \vee (x_1 \oplus x_3)x_2$

Модульный контроль №3 по Дискретной математике Теоретический тест Вариант №0

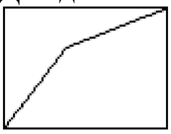
1. Графом называется

- совокупность двух множеств, между элементами которых определено отношение эквивалентности;
- граф, каждая вершина которого соединена ребром с каждой из оставшихся вершин;
- совокупность двух множеств, между элементами которых определено отношение инцидентности;
- граф, каждая вершина которого соединена сама с собой.

2. Два ребра называются кратными

- если они являются элементами графа;
- если они инцидентны не более чем двум вершинам;
- если они имеют общую инцидентную вершину;
- если они инцидентны одной и той же паре вершин.

3. Орграф называется сильно связанным
   - если для любых двух вершин по крайней мере одна вершина достижима из другой;
   - если его канонический граф является связанным;
   - если все его вершины связаны между собой;
   - если любая его вершина достижима из любой другой вершины.
4. Для данного графа



   - существует гамильтонов и эйлеров цикл;
   - не существует эйлерова цикла, существует гамильтонов цикл;
   - не существует гамильтонова, существует эйлеров цикл;
   - не существует гамильтонова и эйлерова циклов.
5. Граф называется сепарабельным
   - если он содержит хотя бы один цикл;
   - если он содержит хотя бы один мост;
   - если он содержит хотя бы одну точку сочленения.

Практические задания

1. Построить граф, соответствующий данной матрице смежности, определить его тип, записать матрицу инцидентности, найти число внутренней устойчивости и число реберного покрытия.

	x1	x2	x3	x4	x5	x6
x1	1	1	1	0	0	0
x2	1	0	1	1	0	0
x3	1	1	0	1	0	0
x4	0	1	1	0	2	2
x5	0	0	0	2	1	0
x6	0	0	0	2	0	1

2. Найти производную $\frac{d^2 f}{d(x,y)}$ булевой функции: f(x,y,z)= $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee xyz$

3. Найти минимальный путь из v1 в v6 в орграфе, заданном матрицей смежности:

0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0

4. Определить матрицу сильной связности S(D) орграфа D, заданного матрицей смежности. Найти компоненты сильной связности орграфа D и построить их изображения.

0	0	1	0
0	0	1	1
0	0	0	0
1	0	1	0

Домашняя контрольная работа (типовой расчёт)

Вариант 1.

1. Для заданных множеств A, B и C найдите:
$A\cup B$, $A\cup C$, $B\cup C$, $A\cup B\cup C$, $A\cap B$, $A\cap C$, $B\cap C$, $A\cap B\cap C$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\setminus C$, $C\setminus A$, $B\setminus C$, $C\setminus B$, $(A\setminus B)\setminus C$, $A\setminus(B\setminus C)$, $A\oplus B$, $A\oplus C$, $B\oplus C$, $A\oplus B\oplus C$. Изобразите на плоскости $A\times B$, $A\times C$, $B\times C$. Найдите $\overline{A},\overline{B},\overline{C}$, считая универсальным множеством множество $\mathbb{R}$ – всех вещественных чисел (всю числовую ось).

$A = [-2;1]$ – отрезок числовой оси
$B = (-1; 3]$ – полуинтервал на числовой оси
$C = (-0.5; 4)$ – интервал на числовой оси

2. Даны отображения (числовые функции) f и g. Найдите область определения и область значений отображений. Определите, являются ли они инъективными, сюрьективными или биективными в найденных областях. Найдите композицию $(f\circ g)$, $(g\circ f)$, обратные (слева и справа) отображения: f^{-1}, g^{-1}, $(f\circ g)^{-1}$, $(g\circ f)^{-1}$. Для заданных множеств $A, B\subseteq\mathbb{R}$ найдите $f(A)$, $g(A)$, $f^{-1}(B)$, $g^{-1}(B)$. Найдите также неподвижные точки отображений.
$f(x)= -x^2$; $g(x)= x$; $A=[5; -3]$; $B=[2; 1]$

3. Используя таблицу истинности и аналитические преобразования, установить эквивалентность функций в формулах:

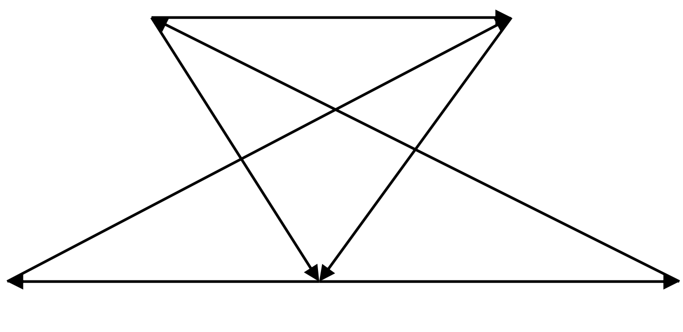
$$x\,\&\,(y\equiv z)=(x\,\&\,y)\equiv(x\,\&\,z)$$

$$((x-y)\oplus(x\oplus z)\,\&\,y)\equiv(\bar{x}\oplus(y\,|\,z))$$

4.Определить к каким классам относится функция следующего вида:

$$\overline{(x\,|\,\bar{y})\oplus(z\to\bar{x})}$$

5.Необходимо для данной функции найти её ДСНФ, КСНФ, ЭСНФ, ИСНФ, принимающей значения 1 на следующих наборах: 1,3,4,10,12,14,15.
6.Используя метод Квайна, необходимо найти МДНФ функции, принимающей значения 1 на наборах: 0,3,4,5,6,11,12.
7.Используя метод Квайна – Мак-Класки, необходимо найти МНДФ функции, принимающей значения 1 на наборах: 7,8,9,10,12,15.
8.Используя метод диаграмм Вейча, необходимо найти МДНФ функции, принимающей значение 1 на наборах: 2,4,5,11,13,14.



9.Задать граф следующим образом: перечислением, матрицами смежности и инцидентности.
10.Определить следующие основные характеристики графа:

- Число рёбер и дуг;
- Число вершин;
- Коэффициент связности графа;

- Степень всех вершин;
- Цикломатическое число графа.

11.Определить, является ли данный граф:

- Планарным или плоским (обосновать ответ и выполнить обратное преобразование)
- Двудольным графом (обосновать ответ и если необходимо, то достроить до двудольного)
- Деревом (обосновать ответ, в случае циклического графа, привести один из вариантов основного дерева)
- Псевдографом или мультиграфом, или простым графом (обосновать ответ и выполнить необходимые преобразования)

12. Определить метрические характеристики графа: диаметр, радиус, эксцентриситет каждой вершины, центральные вершины.

Вариант 2.

1. Для заданных множеств *A, B* и *C* найдите:
$A\cup B$, $A\cup C$, $B\cup C$, $A\cup B\cup C$, $A\cap B$, $A\cap C$, $B\cap C$, $A\cap B\cap C$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \setminus C$, $C \setminus A$, $B \setminus C$, $C \setminus B$, $(A \setminus B) \setminus C$, $A \setminus (B \setminus C)$, $A \oplus B$, $A \oplus C$, $B \oplus C$, $A \oplus B \oplus C$. Изобразите на плоскости $A\times B$, $A\times C$, $B\times C$. Найдите $\overline{A},\overline{B},\overline{C},$ считая универсальным множеством множество $\mathbb{R}$ – всех вещественных чисел (всю числовую ось).

A=[-2, 4]– отрезок числовой оси

B=(–10; 0.5) – интервал на числовой оси

C=[0; 10] – отрезок числовой оси

2. Даны отображения (числовые функции) f и g. Найдите область определения и область значений отображений. Определите, являются ли они инъективными, сюрьективными или биективными в найденных областях. Найдите композицию $(f \circ g)$, $(g \circ f)$, обратные (слева и справа) отображения: f^{-1}, g^{-1}, $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$. Для заданных множеств $A, B \subseteq \mathbb{R}$ найдите $f(A)$, $g(A)$, $f^{-1}(B)$, $g^{-1}(B)$. Найдите также неподвижные точки отображений.
$f(x)= x^2+3x$; $g(x)= -x-2$; $A=[0; 2]$; $B=[-2; 0]$

3. Используя таблицу истинности и аналитические преобразования, установить эквивалентность функций в формулах:

$$x\oplus(y\equiv z) \quad =(x\oplus y)\equiv(x\oplus z)$$

$$((x\vee y\vee z)\equiv(y\,\&\,y\,\&\,z))\equiv((x\to y)\,\&\,(y\to z)\,\&\,(z\to x))$$

4.Определить к каким классам относится функция следующего вида:

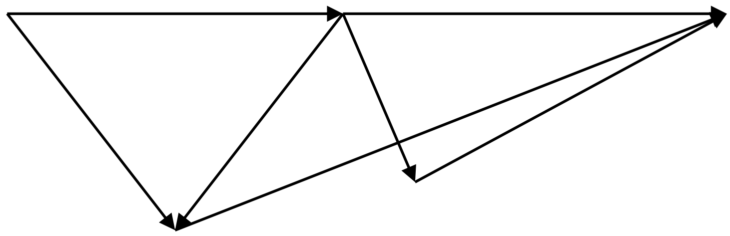
$$\overline{(z\to x)\equiv(y\,|\,x)}$$

5.Необходимо для данной функции найти её ДСНФ, КСНФ, ЭСНФ, ИСНФ, принимающей значения 1 на следующих наборах: 2,4,6,8,10,12,14.

6.Используя метод Квайна, необходимо найти МДНФ функции, принимающей значения 1 на наборах: 1,3,5,7,9,11,13,15.

7.Используя метод Квайна – Мак-Класки, необходимо найти МНДФ функции, принимающей значения 1 на наборах: 1,2,4,5,7,8,11,13.

8.Используя метод диаграмм Вейча, необходимо найти МДНФ функции, принимающей значение 1 на наборах: 4,6,8,11,14,15.



9.Задать граф следующим образом: перечислением, матрицами смежности и инцидентности.
10.Определить следующие основные характеристики графа:

- Число рёбер и дуг;
- Число вершин;
- Коэффициент связности графа;
- Степень всех вершин;
- Цикломатическое число графа.

11.Определить, является ли данный граф:

- Планарным или плоским (обосновать ответ и выполнить обратное преобразование)
- Двудольным графом (обосновать ответ и если необходимо, то достроить до двудольного)
- Деревом (обосновать ответ, в случае циклического графа, привести один из вариантов основного дерева)
- Псевдографом или мультиграфом, или простым графом (обосновать ответ и выполнить необходимые преобразования)

12. Определить метрические характеристики графа: диаметр, радиус, эксцентриситет каждой вершины, центральные вершины.

Теоретические вопросы к зачету

1 Теория множеств и элементы комбинаторики

1.1 Логическая символика. Виды теорем. Способы доказательства теорем.

1.2 Основные понятия теории множеств: множества, подмножества, элемент множества, пустое множество, универсальное множество, множество-степень. Конечные и бесконечные множества.

1.3 Способы задания множеств. Операции над множествами и их свойства. Теорема (свойства дистрибутивности). Геометрическое моделирование множеств. Диаграммы Эйлера - Венна.

1.4 Алгебры множеств, булевы алгебры. Основные тождества алгебры множеств.

1.5 Эквивалентность множеств. Свойство транзитивности. Мощность множества. Мощность объединения конечных множеств. *Характеристическая функция* множества.

1.6 Эквивалентность множества точек отрезков и интервалов. Теорема Бернштейна. Мощность множества точек отрезка [0, 1]. Теорема Кантора.

1.7 Счетные множества. Теоремы о счетных множествах Всякое бесконечное подмножество счетного множества счетно. Объединение конечной или счетной совокупности счетных множеств счетное.

1.8 Множество всех рациональных чисел счетное множество. Если $A = \{a_1, a_2, \ldots\}$ и $B = \{b_1, b_2, \ldots\}$ – счетные множества, то множество всех пар $C = \{(a_k, b_n), k = 1, 2,\ldots; n = 1, 2, \ldots\}$ счетно.

1.9 Множества мощности континуума. Теоремы о множествах мощности континуума. Множество всех подмножеств счетного множества несчетно. Множество иррациональных чисел имеет мощность континуума. Множество всех точек n-мерного пространства при любом n имеет мощность континуума. Множество всех комплексных чисел имеет мощность континуума. Множество всех непрерывных функций, определенных на отрезке

[a, b] имеет мощность континуума. Множество всех подмножеств данного множества имеет более высокую мощность, чем данное множество.

1.10 *Прямое* (или *декартово*) *произведение* множеств. Свойства декартова произведения.

1.11 Отношения. Основные понятия и определения. Образы и прообразы элементов при данном соответствии. Полный образ и полный прообраз. Область определения и область значений соответствия. Обратное соответствие.

1.12 Операции над отношениями. Обратное отношение, Композиция отношений.

1.13 Бинарные отношения. Область определения, область значений и область задания бинарного отношения. Рефлексивность, симметричность, транзитивность, эквивалентность.

1.14 Классы эквивалентности. Разбиение множеств. Теорема.

1.15 Функция как бинарное отношение. Способы задания функций. Область определения и область значений функции. Равенство функций.

1.16 Сюръективные, инъективные, биективные функции. Обратная функция. Композиция функций.

1.17 *n-арные операции* на множестве. Алгебраические структуры: алгебраические системы, носитель и сигнатура алгебраической системы, общие алгебры, модели, примеры. *Подалгебры. Изоморфизм* алгебр, примеры.

1.18 Отношение порядка. Частично упорядоченные множества. Минимальные (максимальные) и наименьшие (наибольшие) элементы упорядоченного множества. Покрывающие элементы. Линейно и вполне упорядоченные множества.

2 Переключательные (булевы)функции

2.1) Определение булевой функции. Способы задания булевых функций Операции над булевыми функциями. Переключательные функции одного и двух аргументов.

2.2) Формулы логики булевых функций. Р*еализация* (*представление)* булевых *функций* формулами. *Равносильные* тавтологичные, выполнимой, тождественно-ложные формулы. Равносильные преобразования формул булевых функций. *Булева алгебра логических функций.*

2.3) Двойственность, *самодвойственность*. Принцип двойственности.

2.4) Булева алгебра (алгебра логики). Полные системы булевых функций.

2.5) Нормальные формы формул булевых функций. Разложение булевой функции по переменным . Совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы. Различные правила, применяемые при преобразовании формул к КНФ, СКНФ, ДНФ, СДНФ.

2.6) Полином Жегалкина. Теорема о представлении булевых функций в виде полинома Жегалкина. Методы построения полиномов Жегалкина от заданной функции.

2.7) Полнота, замкнутость. Важнейшие замкнутые классы. Доказательство замкнутости классов T_0, T_1, S, M, L . Теорема Поста о полноте.

2.8) *Носитель,* интервалы, покрытие булевой функции. Сокращенная ДНФ Теорема о минимальной ДНФ.

2.9) Тупиковые ДНФ. Метод Блейка построения сокращенной ДНФ. Импликанты булевой функции. Алгоритм Квайна построения сокращенной ДНФ и МДНФ. . Алгоритм Квайна – Мак-Класки построения сокращенной ДНФ и МДНФ.

2.10) Алгоритм построения минимальной ДНФ с помощью таблицы покрытий. *Карты Карно (Вейча).*

2.11) Приложения алгебры логики в технике к релейно-контактным схемам. Логические сети. Понятие двоичного сигнала. Способы его кодирования. Понятие логической системы. Типы логических систем: 1)комбинационные, 2)последовательносные. Основные параметры комбинационной схемы. Задачи анализа и синтеза комбинационных схем. Построение комбинационных схем (КС) по минимальным нормальным формам в различных базисах.

7 Методика рейтингового контроля знаний студентов по дисциплине «Дискретная математика»

7.1. Общие положения

По дисциплине “Дискретная математика” предусмотрены следующие виды работ, за которые студенты в течение семестра получают соответствующие баллы:

- выполнение контрольных работ на практических занятиях;
- выполнение контрольной работы за семестр.

7.2. Текущий рейтинговый контроль

Таблица 2.1.

Виды занятий	Распределение баллов	
	минимум	максимум
Контроль изучения теоретического материала: - контрольные работы - тестовый контроль - контролирующе-обучающие модули - прочее	 20 - - -	 28 - - -
Практические занятия (выполнение заданий на месте или у доски)	4	8
Лабораторные занятия	-	-
ОргСРС (или СРС)	16	24
Экзамен (Зачет)	20	40
Оценка по дисциплине в семестре	60	100

Таблица 2.2.

Распределение баллов по практическим (семинарским) занятиям

Номер и тема практических занятий	Рейтинговые баллы	
	Минимальные	Максимальные
Контрольная работа № 1. Множества – способы задания, операции, декартово произведение.	5	7
Контрольная работа № 2. Простейшие алгебраические системы.	5	7
Контрольная работа № 3 Специальные разложения.	5	7
Контрольная работа № 4. Полные системы функций, замкнутые классы, теорема о полноте.	5	7
Итого	20	28

Примечание: Рейтинг по практическим занятиям в семестре, кроме контрольных работ, учитывает активную самостоятельную работу в аудитории. Самостоятельная работа в аудитории предполагает выполнение заданий на месте или у доски. Работа студентов оценивается по следующей шкале:

“удовлетворительно” – 0,5 балла

“хорошо” – 0,75 баллов

“отлично” - 1 балл.

Примечание: Максимальное количество баллов по контрольной работе проставляется за качественную и полностью выполненную работу, отчитанную не позднее срока, установленного преподавателем. Работы, сданные позже этого срока без уважительной причины, подтвержденной деканатом, а также работы, выполненные или отчитанные на недостаточно высоком уровне, оцениваются по минимуму.

7.3. Итоговая аттестация по дисциплине

Зачёт по дисциплине «Дискретная математика» предусмотрен учебной программой в 3-ом семестре. Зачёт с положительной оценкой оценивается от 20 до 40 баллов.

Таблица 3.1

Вид работы студента	Методика рейтингового контроля на экзамене	
	Минимум	максимум
Ответ на теоретический вопрос в билете	0-5	10
Ответ на теоретический вопрос в билете	0-5	10
Выполнение задачи в билете	0-10	20
Итого	0-20	40

Ответ на теоретический вопрос оценивается по следующей шкале:
«удовлетворительно» - 5 баллов
«хорошо» - 7 баллов
«отлично» - 10 баллов.
Выполнение задачи в билете оценивается по следующей шкале:
«удовлетворительно» -10 баллов
«хорошо» - 15 баллов
«отлично» - 20 баллов.
Оценки на зачёте выставляются, исходя из полученных баллов за семестр + баллы за зачёт:

<table>
<tr><th>Оценка по 5 бальной шкале</th><th>Зачет</th><th>Сумма баллов по дисциплине</th><th>Оценка (ECTS)</th><th>Градация</th></tr>
<tr><td>5 (отлично)</td><td rowspan="6">Зачтено</td><td>90-100</td><td>A</td><td>Отлично - блестящие результаты с незначительными недочетами</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4 (хорошо)</td><td>85-89</td><td>B</td><td>Очень хорошо - выше среднего уровня, с некоторыми недочетами</td></tr>
<tr><td>75-84</td><td>C</td><td>Хорошо - в целом серьезная работа, но с рядом замечаний</td></tr>
<tr><td>70-74</td><td rowspan="2">D</td><td rowspan="2">Удовлетворительно - неплохо, однако имеются серьезные недочеты</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3 (удовлетворительно)</td><td>65-69</td></tr>
<tr><td>60-64</td><td>E</td><td>Посредственно - результаты удовлетворяют минимальным требованиям (проходной балл)</td></tr>
<tr><td>2 (неудовлетворительно)</td><td>Не зачтено</td><td>Ниже 60</td><td>F</td><td>Неудовлетворительно - требуется выполнение значительного объема работы (либо повтор курса в установленном порядке, либо основание для отчисления)</td></tr>
</table>

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература

1. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. — СПб.: Питер, 2004..
2. Иванов Б.И. Дискретная математика. М., Физматлит, 2007.
3. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 352 с: ил
4. .Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко , Сборник задач по дискретной математике. 1-е изд., Наука, 1977.- 370с.

б) дополнительная литература

5. Белоусов А.И., Ткачев СБ. Дискретная математика: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 3-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. - 744 с.
6. . Яблонский С. В. Введение в дискретную математику: Учеб. пособие для вузов.- 2-е изд., перераб. и доц.- М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.- 384 с
7. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. М., Энергоатомиздат, 1988.
8. Редькин И. П. 33 Дискретная математика: Курс лекций для студентов-механиков. - СПб.: Издательство «Лань», 2003. -96 с.
9. Лупанов О. Б. Курс лекций по дискретной математике. - М., 2006.
10. Оре О. Теория графов. - М., 1980.
11. Горбатов В. А. Фундаментальные основы дискретной математики. М.: Наука. Физматлит, 2000. 544 с.
12. Харари Ф. Теория графов. 296 стр. 2003 год.
13. Горбатов В.А., Горбатов А.В., Горбатова М.В. Дискретная математика 2006 , с. 447.

в) информационное обеспечение (включая перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»)

1 http://nsti.ru

2 научная библиотека e-librari

3 ЭБС «Лань»

4 ЭБС «IPRbooks»

Дополнения и изменения к рабочей программе:

на 20____/20____ уч.год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «__»________20___г.
Заведующий кафедрой ВМ

на 20____/20____ уч.год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «__»________20___г.
Заведующий кафедрой ВМ

на 20____/20____ уч.год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «__»________20___г.
Заведующий кафедрой ВМ

на 20____/20____ уч.год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «__»________20___г.
Заведующий кафедрой ВМ

Программа действительна

на 20____/20____ уч.год __________________________(заведующий кафедрой ВМ)
на 20____/20____ уч.год __________________________(заведующий кафедрой ВМ)
на 20____/20____ уч.год __________________________(заведующий кафедрой ВМ)
на 20____/20____ уч.год __________________________(заведующий кафедрой ВМ)

на 20____/20____ уч.год ________________________(заведующий кафедрой ВМ)